1 Cartesian definitions

```
(%i1) kill(all); numer: false;
(%o0) done
(%o1) false
```

```
(%i2) curl(a) := [diff(a[3],y) - diff(a[2],z),
                  diff(a[1],z) - diff(a[3],x),
                  diff(a[2],x) - diff(a[1],y)];
```

$$(\%o2)\ \mathrm{curl}(a):=[\mathrm{diff}(a_3,y)-\mathrm{diff}(a_2,z),\mathrm{diff}(a_1,z)-\mathrm{diff}(a_3,x),\mathrm{diff}(a_2,x)-\mathrm{diff}(a_1,y)]$$

```
(%i3) div(a) :=  diff(a[1], x) + diff(a[2], y) + diff(a[3], z);
```

$$(\%o3)\ \mathrm{div}(a):=\mathrm{diff}(a_1,x)+\mathrm{diff}(a_2,y)+\mathrm{diff}(a_3,z)$$

2 Rodriguez-Vaz solution

2.1 Define W and parameters

```
(%i4) W: -C*[alpha*Omega*y/r^3 - %beta*x*z/r^5,
      -(alpha*Omega*x/r^3+%beta*y*z/r^5),
      %beta*(x^2+y^2)/r^5 - 2*alpha/r^3];
```

$$(\%o4)\ \left[-\left(\frac{\alpha\,\Omega\,y}{r^3}-\frac{\beta\,x\,z}{r^5}\right)C,-\left(-\frac{\beta\,y\,z}{r^5}-\frac{\alpha\,\Omega\,x}{r^3}\right)C,-\left(\frac{\beta\,(y^2+x^2)}{r^5}-\frac{2\,\alpha}{r^3}\right)C\right]$$

```
(%i5) factor(W);
```

$$(\%o5)\ \left[\frac{(\beta\,x\,z-\alpha\,\Omega\,r^2\,y)\,C}{r^5},\frac{(\beta\,y\,z+\alpha\,\Omega\,r^2\,x)\,C}{r^5},-\frac{(\beta\,y^2+\beta\,x^2-2\,\alpha\,r^2)\,C}{r^5}\right]$$

```
(%i6) alpha: Omega*r*cos(Omega*r) - sin(Omega*r);
```

$$(\%o6)\ \Omega\,r\,\cos(\Omega\,r)-\sin(\Omega\,r)$$

```
(%i7) %beta: 3*alpha+Omega^2*r^2*sin(Omega*r);
```

$$(\%o7)\ \Omega^2\,r^2\,\sin(\Omega\,r)+3\,(\Omega\,r\,\cos(\Omega\,r)-\sin(\Omega\,r))$$

```
(%i8) r: sqrt(x^2+y^2+z^2);
```

$$(\%o8)\ \sqrt{z^2+y^2+x^2}$$

(%i9) W2: ev(ev(W));

(%o9) [$-\left(\frac{\Omega\, y\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\cos\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)-\sin\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)\right)}{\left(z^2+y^2+x^2\right)^{3/2}}-\left(x\,z\left(\Omega^2\left(z^2+y^2+x^2\right)\sin\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)+3\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\cos\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)-\sin\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)\right)\right)\right)/\left(z^2+y^2+x^2\right)^{5/2}\right)c$, $-\left(-\left(y\,z\left(\Omega^2\left(z^2+y^2+x^2\right)\sin\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)+3\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\cos\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)-\sin\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)\right)\right)\right)/\left(z^2+y^2+x^2\right)^{5/2}-\frac{\Omega\, x\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\cos\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)-\sin\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)\right)}{\left(z^2+y^2+x^2\right)^{3/2}}\right)c$, $-\left(\left(\left(y^2+x^2\right)\left(\Omega^2\left(z^2+y^2+x^2\right)\sin\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)+3\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\cos\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)-\sin\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)\right)\right)\right)/\left(z^2+y^2+x^2\right)^{5/2}-\frac{2\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\cos\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)-\sin\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)\right)}{\left(z^2+y^2+x^2\right)^{3/2}}\right)c$]

2.2 Compute curl W

(%i10) cW: curl(ev(ev(W)));

(%o10)

$$\left[\left(-\left(y\left(\Omega^2\left(z^2+y^2+x^2\right)\sin\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)+3\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\cos\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)-\sin\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)\right)\right)\right)/\left(z^2+y^2+x^2\right)^{5/2}+\left(5\,y\,z^2\left(\Omega^2\left(z^2+y^2+x^2\right)\sin\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)+3\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\cos\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)-\sin\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)\right)\right)\right)/\left(z^2+y^2+x^2\right)^{7/2}-\frac{y\,z\left(\Omega^3\,z\sqrt{z^2+y^2+x^2}\cos\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)-\Omega^2\,z\sin\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)\right)}{\left(z^2+y^2+x^2\right)^{5/2}}+\frac{\Omega^3\,x\,z\sin\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)}{\left(z^2+y^2+x^2\right)^{3/2}}+\frac{3\,\Omega\,x\,z\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\cos\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)-\sin\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)\right)}{\left(z^2+y^2+x^2\right)^{5/2}}\right)\,C-\left(\left(2\,y\left(\Omega^2\left(z^2+y^2+x^2\right)\sin\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)+3\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\cos\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)-\sin\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)\right)\right)\right)/\left(z^2+y^2+x^2\right)^{5/2}-\left(5\,y\left(y^2+x^2\right)\left(\Omega^2\left(z^2+y^2+x^2\right)\sin\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)+3\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\cos\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)-\sin\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)\right)\right)\right)/\left(z^2+y^2+x^2\right)^{7/2}+\frac{\left(y^2+x^2\right)\left(\Omega^3\,y\sqrt{z^2+y^2+x^2}\cos\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)-\Omega^2\,y\sin\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)\right)}{\left(z^2+y^2+x^2\right)^{5/2}}+\frac{2\,\Omega^2\,y\sin\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)}{\left(z^2+y^2+x^2\right)^{3/2}}+\frac{6\,y\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\cos\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)-\sin\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)\right)}{\left(z^2+y^2+x^2\right)^{5/2}}\right)\,C,\left(\left(2\,x\left(\Omega^2\left(z^2+y^2+x^2\right)\sin\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)+3\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\cos\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)-\sin\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)\right)\right)\right)/\left(z^2+y^2+x^2\right)^{5/2}-\left(5\,x\left(y^2+x^2\right)\left(\Omega^2\left(z^2+y^2+x^2\right)\sin\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)+3\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\cos\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)-\sin\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)\right)\right)\right)/\left(z^2+y^2+x^2\right)^{7/2}+\frac{\left(y^2+x^2\right)\left(\Omega^3\,x\sqrt{z^2+y^2+x^2}\cos\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)-\Omega^2\,x\sin\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)\right)}{\left(z^2+y^2+x^2\right)^{5/2}}+\frac{2\,\Omega^2\,x\sin\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)}{\left(z^2+y^2+x^2\right)^{3/2}}+\frac{6\,x\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\cos\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)-\sin\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)\right)}{\left(z^2+y^2+x^2\right)^{5/2}}\right)\,C-\left(-\left(x\left(\Omega^2\left(z^2+y^2+x^2\right)\sin\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)+3\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\cos\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)-\sin\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)\right)\right)\right)/\left(z^2+y^2+x^2\right)^{5/2}+\left(5\,x\,z^2\left(\Omega^2\left(z^2+y^2+x^2\right)\sin\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)+3\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\cos\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)-\sin\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)\right)\right)\right)/\left(z^2+y^2+x^2\right)^{7/2}-\frac{x\,z\left(\Omega^3\,z\sqrt{z^2+y^2+x^2}\cos\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)-\Omega^2\,z\sin\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)\right)}{\left(z^2+y^2+x^2\right)^{5/2}}-\frac{\Omega^3\,y\,z\sin\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)}{\left(z^2+y^2+x^2\right)^{3/2}}-\frac{3\,\Omega\,y\,z\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\cos\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)-\sin\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)\right)}{\left(z^2+y^2+x^2\right)^{5/2}}\right)\,C,\left(\left(2\,z\left(\Omega^2\left(z^2+y^2+x^2\right)\sin\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)+3\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\cos\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)-\sin\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)\right)\right)\right)/\left(z^2+y^2+x^2\right)^{5/2}-\left(5\,z\left(y^2+x^2\right)\left(\Omega^2\left(z^2+y^2+x^2\right)\sin\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)+3\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\cos\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)-\sin\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)\right)\right)\right)/\left(z^2+y^2+x^2\right)^{7/2}+\frac{\left(y^2+x^2\right)\left(\Omega^3\,z\sqrt{z^2+y^2+x^2}\cos\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)-\Omega^2\,z\sin\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)\right)}{\left(z^2+y^2+x^2\right)^{5/2}}+\frac{2\,\Omega^2\,z\sin\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)}{\left(z^2+y^2+x^2\right)^{3/2}}+\frac{6\,z\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\cos\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)-\sin\left(\Omega\sqrt{z^2+y^2+x^2}\right)\right)}{\left(z^2+y^2+x^2\right)^{5/2}}\right)\,C\right]$$

```
(%i11) kill(r,alpha,%beta);
(%o11) done
```

```
(%i12) cW1: ratsubst(r, sqrt(x^2+y^2+z^2), cW);
```

(%o12)

$$\left[\frac{\left(\left(5\,\Omega^2\sin(\Omega\,r)\,y\,z^4+\left(10\,\Omega^2\sin(\Omega\,r)\,y^3+\left(10\,\Omega^2\sin(\Omega\,r)\,x^2+\left(-2\,\Omega^2\,r^2-15\right)\sin(\Omega\,r)+\left(15\,\Omega\,r-\Omega^3\,r^3\right)\cos(\Omega\,r)\right)y\right)z^2+\left(\left(\Omega^3\,r^4-3\,\Omega\,r^2\right)\sin(\Omega\,r)+3\,\Omega^2\,r^3\cos(\Omega\,r)\right)x\,z+5\,\Omega^2\sin(\Omega\,r)\,y^5+\left(10\,\Omega^2\sin(\Omega\,r)\,x^2+\left(-2\,\Omega^2\,r^2-15\right)\sin(\Omega\,r)+\left(15\,\Omega\,r-\Omega^3\,r^3\right)\cos(\Omega\,r)\right)y^3+\left(5\,\Omega^2\sin(\Omega\,r)\,x^4+\left(\left(-2\,\Omega^2\,r^2-15\right)\sin(\Omega\,r)+\left(15\,\Omega\,r-\Omega^3\,r^3\right)\cos(\Omega\,r)\right)x^2+\left(15\,r^2-2\,\Omega^2\,r^4\right)\sin(\Omega\,r)-15\,\Omega\,r^3\cos(\Omega\,r)\right)y\right)C\right)/r^7,-\left(\left(5\,\Omega^2\sin(\Omega\,r)\,x\,z^4+\left(10\,\Omega^2\sin(\Omega\,r)\,x\,y^2+10\,\Omega^2\sin(\Omega\,r)\,x^3+\left(\left(-2\,\Omega^2\,r^2-15\right)\sin(\Omega\,r)+\left(15\,\Omega\,r-\Omega^3\,r^3\right)\cos(\Omega\,r)\right)x\right)z^2+\left(\left(3\,\Omega\,r^2-\Omega^3\,r^4\right)\sin(\Omega\,r)-3\,\Omega^2\,r^3\cos(\Omega\,r)\right)y\,z+5\,\Omega^2\sin(\Omega\,r)\,x\,y^4+\left(10\,\Omega^2\sin(\Omega\,r)\,x^3+\left(\left(-2\,\Omega^2\,r^2-15\right)\sin(\Omega\,r)+\left(15\,\Omega\,r-\Omega^3\,r^3\right)\cos(\Omega\,r)\right)x\right)y^2+5\,\Omega^2\sin(\Omega\,r)\,x^5+\left(\left(-2\,\Omega^2\,r^2-15\right)\sin(\Omega\,r)+\left(15\,\Omega\,r-\Omega^3\,r^3\right)\cos(\Omega\,r)\right)x^3+\left(\left(15\,r^2-2\,\Omega^2\,r^4\right)\sin(\Omega\,r)-15\,\Omega\,r^3\cos(\Omega\,r)\right)x\right)C\right)/r^7,-\left(\left(\left(\Omega^3\,r^2-3\,\Omega\right)\sin(\Omega\,r)+3\,\Omega^2\,r\cos(\Omega\,r)\right)y^2+\left(\left(\Omega^3\,r^2-3\,\Omega\right)\sin(\Omega\,r)+3\,\Omega^2\,r\cos(\Omega\,r)\right)x^2+2\,\Omega\,r^2\sin(\Omega\,r)-2\,\Omega^2\,r^3\cos(\Omega\,r)\right)C\right)/r^5\right]$$

```
(%i13) cW2: ratsubst(alpha, Omega*r*cos(Omega*r) - sin(Omega*r), cW1);
```

(%o13)

$$\left[\left(\left(5\,\Omega^3\,r\cos(\Omega\,r)-5\,alpha\,\Omega^2\right)y\,z^4+\left(\left(10\,\Omega^3\,r\cos(\Omega\,r)-10\,alpha\,\Omega^2\right)y^3+\left(\left(10\,\Omega^3\,r\cos(\Omega\,r)-10\,alpha\,\Omega^2\right)x^2-3\,\Omega^3\,r^3\cos(\Omega\,r)+2\,alpha\,\Omega^2\,r^2+15\,alpha\right)y\right)z^2+\left(\Omega^4\,r^5\cos(\Omega\,r)-alpha\,\Omega^3\,r^4+3\,alpha\,\Omega\,r^2\right)x\,z+\left(5\,\Omega^3\,r\cos(\Omega\,r)-5\,alpha\,\Omega^2\right)y^5+\left(\left(10\,\Omega^3\,r\cos(\Omega\,r)-10\,alpha\,\Omega^2\right)x^2-3\,\Omega^3\,r^3\cos(\Omega\,r)+2\,alpha\,\Omega^2\,r^2+15\,alpha\right)y^3+\left(\left(5\,\Omega^3\,r\cos(\Omega\,r)-5\,alpha\,\Omega^2\right)x^4+\left(-3\,\Omega^3\,r^3\cos(\Omega\,r)+2\,alpha\,\Omega^2\,r^2+15\,alpha\right)x^2-2\,\Omega^3\,r^5\cos(\Omega\,r)+2\,alpha\,\Omega^2\,r^4-15\,alpha\,r^2\right)y\right)C\Big)/r^7\,,-\Big(\left(\left(5\,\Omega^3\,r\cos(\Omega\,r)-5\,alpha\,\Omega^2\right)x\,z^4+\left(\left(10\,\Omega^3\,r\cos(\Omega\,r)-10\,alpha\,\Omega^2\right)x\,y^2+\left(10\,\Omega^3\,r\cos(\Omega\,r)-10\,alpha\,\Omega^2\right)x^3+\left(-3\,\Omega^3\,r^3\cos(\Omega\,r)+2\,alpha\,\Omega^2\,r^2+15\,alpha\right)x\right)z^2+\left(-\Omega^4\,r^5\cos(\Omega\,r)+alpha\,\Omega^3\,r^4-3\,alpha\,\Omega\,r^2\right)y\,z+\left(5\,\Omega^3\,r\cos(\Omega\,r)-5\,alpha\,\Omega^2\right)x\,y^4+\left(\left(10\,\Omega^3\,r\cos(\Omega\,r)-10\,alpha\,\Omega^2\right)x^3+\left(-3\,\Omega^3\,r^3\cos(\Omega\,r)+2\,alpha\,\Omega^2\,r^2+15\,alpha\right)x\right)y^2+\left(5\,\Omega^3\,r\cos(\Omega\,r)-5\,alpha\,\Omega^2\right)x^5+\left(-3\,\Omega^3\,r^3\cos(\Omega\,r)+2\,alpha\,\Omega^2\,r^2+15\,alpha\right)x^3+\left(-2\,\Omega^3\,r^5\cos(\Omega\,r)+2\,alpha\,\Omega^2\,r^4-15\,alpha\,r^2\right)x\right)C\Big)/r^7\,,-\Big(\left(\left(\Omega^4\,r^3\cos(\Omega\,r)-alpha\,\Omega^3\,r^2+3\,alpha\,\Omega\right)y^2+\left(\Omega^4\,r^3\cos(\Omega\,r)-alpha\,\Omega^3\,r^2+3\,alpha\,\Omega\right)x^2-2\,alpha\,\Omega\,r^2\right)C\Big)/r^5\,\right]$$

2.3 Compute div W and curl W - Omega*W

```
(%i14) ratsimp(div(W2));
(%o14) 0

(%i15) ratsimp(cW-Omega*W2);
(%o15) [0,0,0]
```

2.4 Create plot data

```
(%i16) filebase: "D:/Doc/Artikel-Eck/ECE-Theorie/Paper258/"
       /*filebase: "F:/Paper258/";*/;
(%o16) D:/Doc/Artikel-Eck/ECE-Theorie/Paper258/

(%i17) filename: concat (filebase, "x1.dat");
(%o17) D:/Doc/Artikel-Eck/ECE-Theorie/Paper258/x1.dat

(%i18) numer: true;
       stream: openw(filename);
       printf(stream, "# x1 x2 x3 v1 v2 v3 cv1 cv2 cv3~%");
(%o18) true
(%o19) Stream [STRING-CHAR]
(%o20) false
```

```
(%i21) C: -1; Omega: 1;
(%o21) -1
(%o22) 1
```

```
(%i23) r: sqrt(x^2+y^2+z^2);
```

$$(\%o23)\ (z^2+y^2+x^2)^{0.5}$$

```
(%i24) alpha: Omega*r*cos(Omega*r) - sin(Omega*r);
```

$$(\%o24)\ (z^2+y^2+x^2)^{0.5}\cos\left((z^2+y^2+x^2)^{0.5}\right)-\sin\left((z^2+y^2+x^2)^{0.5}\right)$$

```
(%i25) f: 1.$
       for k:-3.001 step 3 thru 3.001 do (
           nf: 0,
           z: k/2,
           for j:-4 step 1 thru 4 do (
             y: j/2,
             for i:-4 step 1 thru 4 do (
               x: i/2,
               x1: [x,y,z],
               v1: ev(ev(W2)),
               cv1: ev(ev(cW2))*f,
       /*print (x1,v1,cv1),*/
               w1: x1,
               w2: v1*f,
               w3: cv1*f,
               nf: nf+1,
               wa[nf]: append(w1, w2, w3)
             )
         ),
       for n:1 thru nf do write_data(wa[n], stream),
           printf(stream, "~%"),
           printf(stream, "~%")
       );
(%o26) done
```

```
(%i27) close(stream);
(%o27) true
```