Las ecuaciones de Evans de la teoría del campo unificado

Laurence G. Felker

Capítulo 2

Responsable de la traducción al castellano:

Ing. Alex Hill
Director Comercial
ET3M
México

Favor de enviar críticas, sugerencias y comentarios a alexhill@et3m.net

o visitando la página www.et3m.net y dejando allí su comentario.

Gracias.

Capítulo 2 Relatividad general

... el principio general de la relatividad no limita posibilidades (en comparación con la relatividad restringida); más bien, nos familiariza con la influencia del campo gravitacional sobre todo los procesos, sin que tengamos que introducir una nueva hipótesis.

Por lo tanto, no es necesario introducir suposiciones definidas acerca de la naturaleza física de la materia en un sentido limitado[1]. En particular, queda por verse, durante el desarrollo de la teoría, si el electromagnetismo y la teoría de la gravitación son capaces de lograr en forma conjunta aquello que el electromagnetismo fue incapaz de lograr por sí solo.

Albert Einstein, en *La Fundación de la Teoría General de la Relatividad*. Annalen der Physik (1916).

Introducción

Einstein desarrolló la relatividad general con el objeto de agregar marcos de referencia acelerados a la física[2]. La relatividad restringida requiere de un marco de referencia inercial, es decir, para que las ecuaciones den resultados correctos no puede producirse un incremento o disminución de velocidad. Esto aplica tanto a laboratorios en reposo como a partículas próximas a la velocidad c, y no puede haber un cambio en la velocidad.

Uno de los descubrimientos brillantes de Einstein fue que la aceleración y la gravitación son casi la misma cosa. Si un observador se encuentra en una habitación cerrada y sin ventanas, no puede notar la diferencia entre hallarse sobre el planeta Tierra y hallarse en el espacio exterior y sometido a una velocidad que crece a razón de 9. 8 metros por segundo cada segundo. Los efectos son los mismos, excepto por la desviación geodésica. (Si existe una aceleración, todas las fuerzas son exactamente paralelas a la dirección en la que se viaja; si se trata de un campo gravitacional, existe una ligera diferencia entre un lado de la habitación y el otro, en virtud de que la línea de fuerza apunta hacia el centro de la Tierra. Esto se denomina desviación geodésica. Las diferencias son demasiado pequeñas como para poder medirse en una región local como sería el caso de una habitación.

[1] Einstein quiere decir que, una vez definida la geometría, no se requiere de ninguna otra información específica, salvo $R = -kT$

[2] David Hilbert también desarrolló la relatividad general, casi al mismo tiempo que Einstein.

Donde la relatividad restringida describe procesos en un espaciotiempo plano, la relatividad general utiliza la curvatura del espaciotiempo debido a la presencia de materia, energía, presión, o su propia auto-gravitación - es decir, densidad de energía en cualquiera de sus formas. Un marco de referencia en aceleración es localmente equivalente a un marco sometido a un campo gravitacional.

La gravitación no es una fuerza, a pesar de que con frecuencia nos referimos a ella como si lo fuese.

Imaginemos que tomamos dos objetos, una moneda y un camión, por ejemplo. Llevamos ambos a una región con una gravedad muy pequeña, y a cada uno de ellos lo amarramos a un cohete con un kilogramo de combustible. Encendemos el combustible. ¿Cuál de ellos - la moneda o el camión - tendrá mayor velocidad cuando se apaga el cohete? Estamos aplicando la misma fuerza en ambos casos.

La respuesta es: la moneda. Al final de, digamos, un minuto, cuando se hubo consumido todo el combustible del cohete y el mismo se haya apagado, la moneda habrá viajado más lejos y se encontrará viajando a mayor velocidad que el camión.

Posee menos masa y, en consecuencia, podría verse más acelerada.

Si en lugar de lo anterior, lanzamos ambos objetos desde una altura de, digamos, 100 metros, e ignoramos cualquier efecto por resistencia del aire, ambos llegarán a la tierra al mismo tiempo. La gravedad aplicaría la misma fuerza a cada uno de los objetos, tal como lo hizo el cohete. Así, la gravedad pareciera ser una fuerza, pero en realidad no es una fuerza, en la misma forma en que lo es la fuerza del cohete. Es una fuerza falsa. De hecho, se debe a la curvatura del espaciotiempo. Cualquier objeto - sea una moneda o un camión - seguirá al espaciotiempo curvo al mismo ritmo. Cada uno de ellos se acelerará al mismo ritmo. Si la gravedad fuese realmente una fuerza, las diferentes masas se acelerarían a diferentes ritmos.

Este descubrimiento fue un gran paso adelante por parte de Einstein en su desarrollo de la relatividad general.

La gravedad no es una fuerza; es la curvatura espacial. En relatividad general, toda energía es curvatura; esto aplica a la velocidad, al momento, y también a los campos electromagnéticos.

Nótese que una persona en caída libre no siente fuerza alguna actuando sobre ella. (Bueno, uno debe hallarse en caída libre durante un buen rato para descubrir esto. Al caer desde el extremo de una escalera, uno no suele tener tiempo suficiente como para observar que no existe fuerza alguna actuando antes de sentir el impacto en el suelo.) La persona u objeto en caída libre sigue la curvatura del espaciotiempo. Esta curvatura se denomina geodésica.

Sin embargo, la aceleración y un campo gravitacional resultan casi indistinguibles entre sí. Pueden distinguirse si uno sigue la separación de las geodésicas - líneas de caída libre - a lo largo de una gran distancia. Sin embargo, a nivel local, son la misma cosa.

Si el objeto se acelera, sus componentes experimentan una "fuerza" que actúa sobre ellos, indistinguible de la gravitación. Durante la aceleración, el espaciotiempo que lleva consigo se comprime por el incremento en la densidad de energía - la contracción de Lorentz. Una vez que se interrumpe la aceleración, el incremento en densidad de energía permanece y el espaciotiempo del objeto se comprime al moverse con una velocidad mayor que la original. La compresión sucede en las dos dimensiones en las que se acelera el objeto, no en aquellas dos que son perpendiculares al movimiento. Esto constituye relatividad restringida.

Si se coloca el mismo objeto en un campo gravitacional, el espaciotiempo del objeto se comprime globalmente por el campo gravitacional. Sin embargo, cuando se retira el objeto de dicho campo, no hay compresión residual. La energía se ve contenida en la región alrededor de la masa que causó el campo, no el objeto. La compresión sucede en las cuatro dimensiones.

En cualquier región pequeña, el espaciotiempo curvo cumple con Lorentz - es decir, es casi plano como el espaciotiempo de la relatividad restringida y obedece las leyes de la relatividad restringida. Posee en general una geometría curva, en particular en zonas cercanas a cualquier fuente gravitacional. Un ejemplo de lo anterior sería la superficie terrestre. Cualquier área pequeña parece ser plana, sin embargo, áreas amplias dejan ver su curvatura. La superficie terrestre es extrínsecamente curva - se trata de una superficie de dos dimensiones incluida en un volumen de tres dimensiones. La superficie es intrínsecamente curva - no puede desarrollarse y extenderse en forma totalmente plana y mantener al mismo tiempo su continuidad en todos los puntos. El universo es similar. Algunos espacios curvos, como un cilindro, son intrínsecamente planos. Se trata de una superficie de dos dimensiones que puede desenvolverse sobre una superficie plana. Las matemáticas de una superficie plana son más sencillas que las de una superficie curva. Al imaginar áreas de superficie plana o volúmenes dentro de una superficie o volumen curvos, podemos simplificar las explicaciones y los cálculos.

Para algunos lectores, si los vectores de cuatro dimensiones y las ecuaciones en el texto resultan incomprensibles, o apenas comprensibles, este autor les recomienda pensar en términos de una contracción de Lorentz. En lugar de una contracción en dos dimensiones, la compresión se produce en las cuatro dimensiones.

Einstein utilizó geometría de Riemann para desarrollar la relatividad general. Esta geometría es de superficies curvas, en lugar de la geometría euclidiana de superficies planas que aprendemos en los cursos básicos de matemáticas. Además, el espaciotiempo debía expresarse en cuatro dimensiones. Desarrolló así varias ecuaciones que describen todo el espaciotiempo curvo debido a la densidad de energía.
El tensor de Einstein es:

$$G = 8\pi T \tag{1}$$

Ésta es una de las ecuaciones más poderosas de la física. Es una versión resumida de:

$$\mathbf{G} = 8\pi GT/c^2 \tag{2}$$

En donde el primer parámetro **G**, en negrita, es el tensor, mientras que el segundo parámetro G es la constante gravitacional de Newton. Se supone que el segundo G = c = 1, en virtud de que éstos dependen del sistema de unidades utilizado, de manera que se escribe **G** = 8πT. Normalmente no escribimos **G** en negrita y dejamos que el contexto nos diga si se trata de un tensor distinguible de la constante gravitacional G. En algunos textos, sin embargo, los tensores se expresan en negrita.

Einstein demostró que para describir la gravitación resultan necesarias y suficientes cuatro dimensiones. Evans demostrará que esas mismas cuatro dimensiones son todo lo que se requiere para describir el electromagnetismo y las partículas en la teoría del campo unificado.

El término $8\pi G/c^2$ es una constante que permite que la ecuación produzca los resultados de Newton en el límite débil - es decir, en campos gravitacionales de baja densidad de energía, como es el caso de la Tierra o del Sol. Sólo cuando se está trabajando con componentes en el espaciotiempo real es que uno necesita incluir los números reales. Así, G = kT es otra forma de expresar la ecuación.

Con frecuencia hayamos en la obra de Evans el lenguaje de los matemáticos. Entonces resulta R = -kT, donde $k = 8\pi G/c^2$ es la constante de Einstein. **G** es equivalente a R, la curvatura. Los físicos utilizan tanto **G** como R.

T es el tensor de tensión de energía, o densidad de energía. T representa las fórmulas de tensores que se utilizan en los cálculos. En un límite de baja energía, T= m/V. T es la densidad de energía, o sea energía-masa por unidad de volumen. La presencia de energía en una región del espaciotiempo provocará que este se curve o comprima. Véase la Figura 2-1.

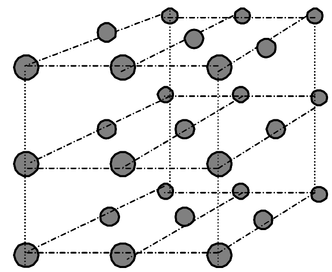
Hallando curvas en el espaciotiempo podremos ver cómo la gravedad afectará la región. Algunas de las curvas son simplemente órbitas de planetas. En la mayoría de los casos, las más sencillas ecuaciones de Newton predicen estas órbitas tan bien como las ecuaciones de Einstein. Los resultados más espectaculares se obtienen cerca de grandes cuerpos - el Sol, estrellas de neutrones o agujeros negros. La partícula es una región de energía altamente comprimida; la curvatura también describe su naturaleza. Se necesita de la relatividad general para definir los efectos de semejantes concentraciones densas de masa-energía.

Einstein demostró que son necesarias y suficientes cuatro dimensiones para describir la gravitación. Evans demostrará que esas mismas cuatro dimensiones son todo lo que se necesita para describir al electromagnetismo y a las partículas en la teoría del campo unificado.

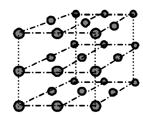
Figura 2-1

Marcos de referencia de densidad de energía $T = m/V$ en nuestro marco de referencia de baja energía.

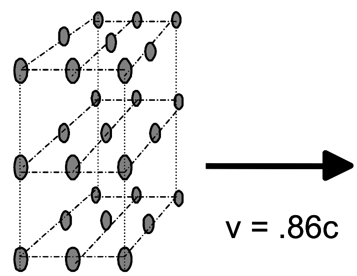
a) Espaciotiempo de densidad de baja energía puede verse como estructura.



b) Espaciotiempo de alta densidad de energía está comprimido en todas las dimensiones -RG



c) Marco de referencia de densidad de energía acelerada está comprimida sólo en las dimensiones x y t - RR



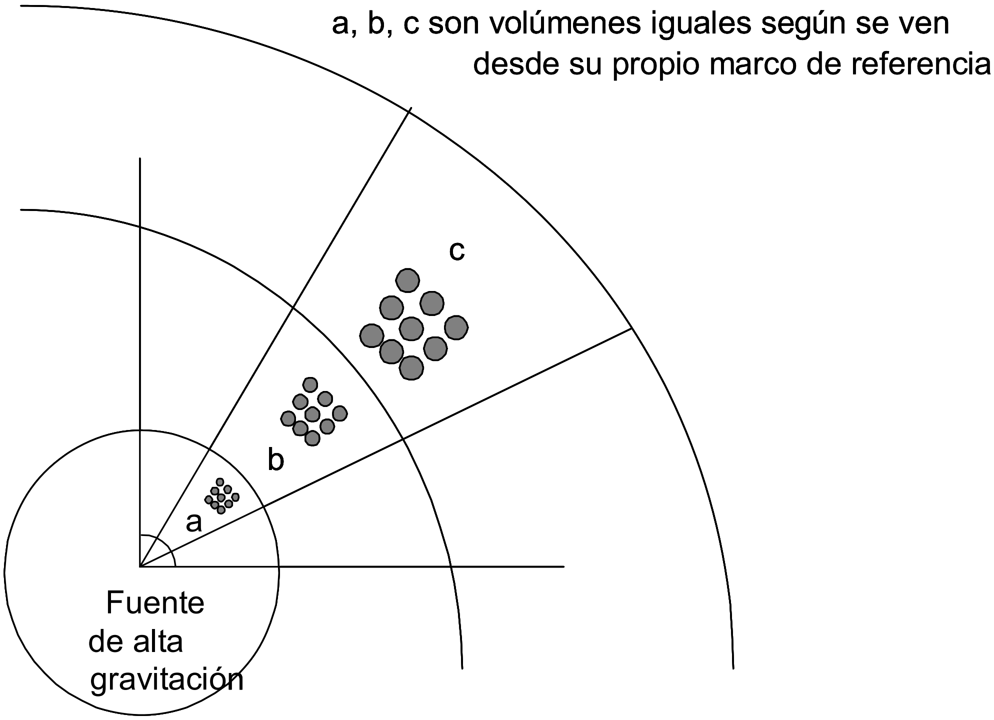
Einstein propuso que $R= -kT$, donde $k = 8\pi G/c^2$. El parámetro R es la curvatura del espaciotiempo - la gravitación. R es un concepto matemático y kT es un concepto físico. Este es el postulado básico de la relatividad general y es el punto de partida utilizado por Evans para obtener la relatividad general y la mecánica cuántica a partir de un origen común. El Capítulo 6 introducirá las ecuaciones de Evans, a partir del $R = -kT$.

En la Figura 2-2 se representan tres volúmenes, a, b y c. Hemos suprimido dos dimensiones - ya sea eliminadas o reunidas con una de las restantes. Aún cuando el dibujo no sea hecho a escala, podemos suponer que cada uno de los tres volúmenes es el mismo, tal como lo leería un observador *desde dentro* del marco. Si tomásemos al volumen c y lo moviésemos al sitio donde se ubica el volumen a, parecería ser más pequeño tal como se vería desde nuestro distante marco de referencia, "en el infinito".

En la Figura 2-2 las regiones están comprimidas en las cuatro dimensiones.

Figura 2-2

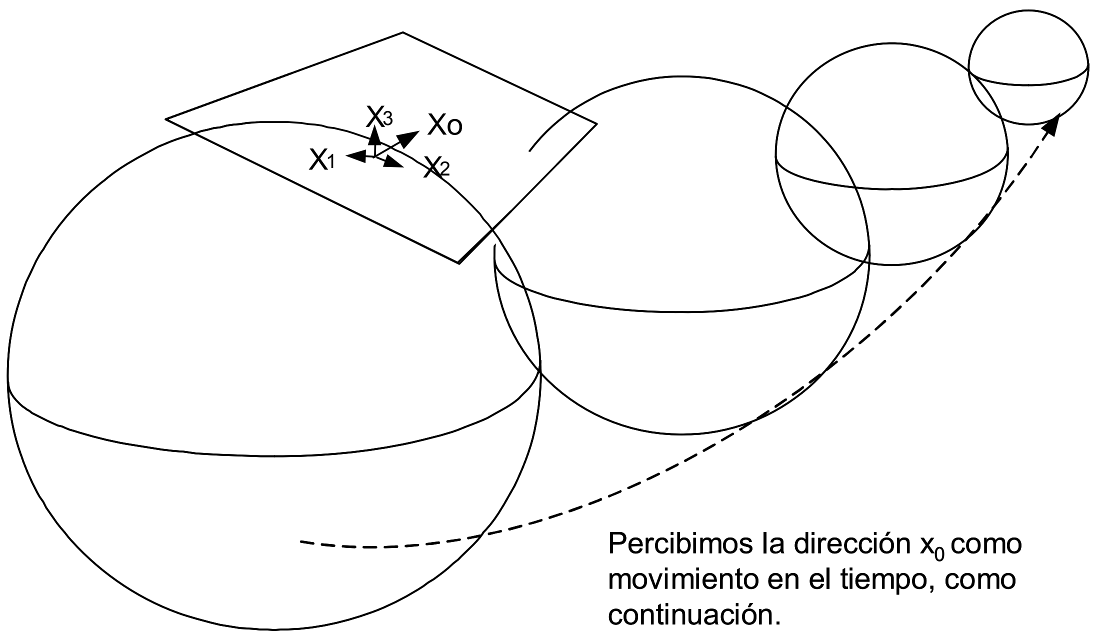
Marco de referencia de densidad de energía en relatividad general con dos dimensiones suprimidas.



Desde dentro del espaciotiempo, el observador no ve diferencia alguna en sus dimensiones o mediciones. Ocurre lo mismo en relatividad restringida para el observador acelerado - él observa su cuerpo y los objetos acelerados a su alrededor como permaneciendo exactamente iguales a cómo siempre fueron. Su espaciotiempo se comprime o contrae, pero también lo hacen todas sus varillas de medición y sus instrumentos.

Cuando afirmamos que el espaciotiempo se comprime, queremos decir que tanto el espacio como el tiempo se comprimen. Las ecuaciones matemáticas incluyen definiciones formales de curvatura. Podemos describir esto mecánicamente como compresión, contracción, encogimiento, o simplemente verse aplastado. No existe diferencia. Cerca de una masa muy grande, el tiempo transcurre más lentamente que en el infinito - a distancias en las que la curvatura ya no resulta tan obvia. Los físicos generalmente utilizan el término de "contracción" en relatividad restringida y "curvatura" en relatividad general. Los ingenieros piensan en términos de compresión. Todos los términos en realidad representan lo mismo.

Figura 2-3 Un espacio curvo con un punto de 4-vector y un plano tangencial.



En relatividad general, no es posible distinguir entre el espacio y el tiempo. Las dimensiones se definen típicamente como x_0, x_1, x_2, y x_3. x_0 puede considerarse como la dimensión tiempo. Véase la Figura 2-3.

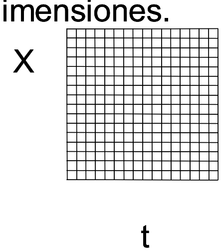
Mediante el cálculo de las ubicaciones de las posiciones $x_{0,\,1,\,2,\,3}$ de una partícula, o una región, o un fotón, o un punto, o un evento, uno puede observar a que se parece el espaciotiempo. Para hacerlo, uno debe hallar dos puntos y utilizarlos para visualizar el espaciotiempo. Los cuatro se describen colectivamente como x_μ , donde μ indica las cuatro dimensiones 0, 1, 2 y 3.

Espaciotiempo curvo

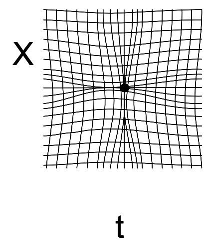
La masa-energía provoca compresión del espaciotiempo. En relatividad restringida observamos que la contracción del espaciotiempo sucede en las direcciones de velocidad y movimiento de tiempo. Cuando observamos las geodésicas, las órbitas alrededor de objetos masivos, los caminos de distancia más corta en el espacio, podemos que el espacio es curvo.

Figura 2-4 Visualizando el Espaciotiempo Curvo

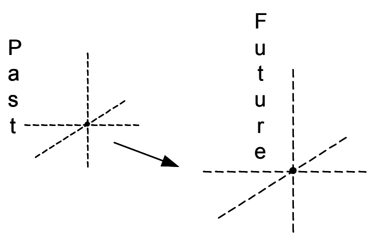
Espaciotiempo plano sin energía presente. Se suprimen dos dimensiones.



Se ubica una masa densa en el centro del mismo espacio. Las geodésicas, las líneas más cortas entre puntos, son curvas.



Visualización mental para imaginar la realidad en 3 y 4 dimensiones de la presencia de masa-energía.



Las geodésicas son curvas; son las líneas que sigue una partícula de prueba en caída libre. Desde su propio punto de vista, una Partícula se moverá a lo largo de una línea Recta directamente hacia el centro de masa-energía.

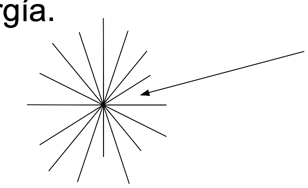
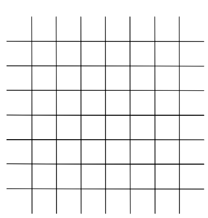
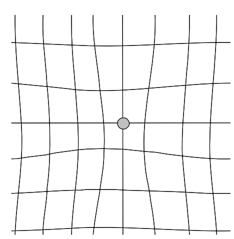


Figura 2-5 Energía tensional = Curvatura

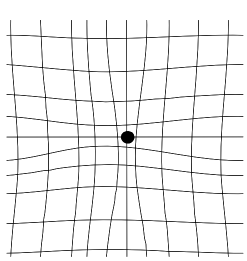
No hay energía tensional, o masa, T=0.
No hay curvatura, R=0.



Masa por volumen media, T = moderada
Curvatura moderada, R = media.



Masa densa, alta energía tensional
T es grande. R es grande.



La densidad de masa a cantidad de curvatura no es lineal. Se requiere mucha densidad másica para comenzar a curvar el espacio. Mientras crece la masa, se comprime a sí misma. La presión luego agrega aún más a la curvatura.

Esto también puede llevarse a la región de la densidad de una partícula. La masa provoca curvatura.

En las Figuras 2-4 y 2-5, el espaciotiempo se señala mediante líneas. Sólo existe curvatura y todo movimiento no propulsado debe seguir estas curvas, pues no existe una línea recta entre ellos. Estas curvas son geodésicas y se perciben como líneas rectas desde dentro del marco de referencia.

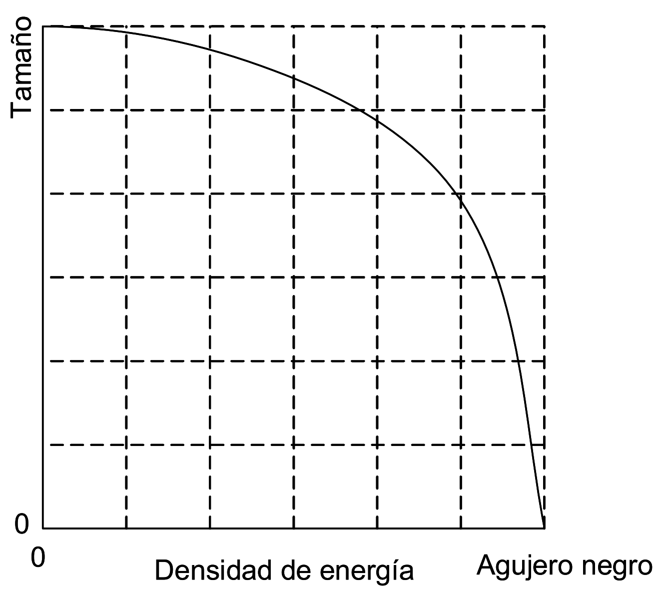
La cantidad de R, o sea curvatura, no es lineal con respecto a la densidad de masa, m/V = T. La Figura 2-6 es una gráfica de la cantidad de compresión con respecto a la densidad de masa. En algún punto crítico se produce un agujero negro.

Cuando escuchamos el término "rotura de simetría" o "construcción de simetría" podemos considerar el caso en el que la densidad aumenta hasta el nivel de llegar a ser un agujero negro. Al llegar a alguna densidad crítica se produce un cambio abrupto en el espaciotiempo y el mismo se colapsa. El mismo proceso sucede en la rotura de simetría.

La masa provoca compresión del volumen del espaciotiempo a nivel de la partícula individual y en gran escala al nivel de una estrella de neutrones o un agujero negro. El espaciotiempo se comprime por la presencia de masa-energía.

La presión también provoca curvatura. A medida que aumenta la densidad la curvatura provoca su propia compresión, en virtud de que el espaciotiempo posee energía. Esto es auto-gravitación.

Figura 2-6 Gráfica de Densidad de Masa en Función de la Compresión



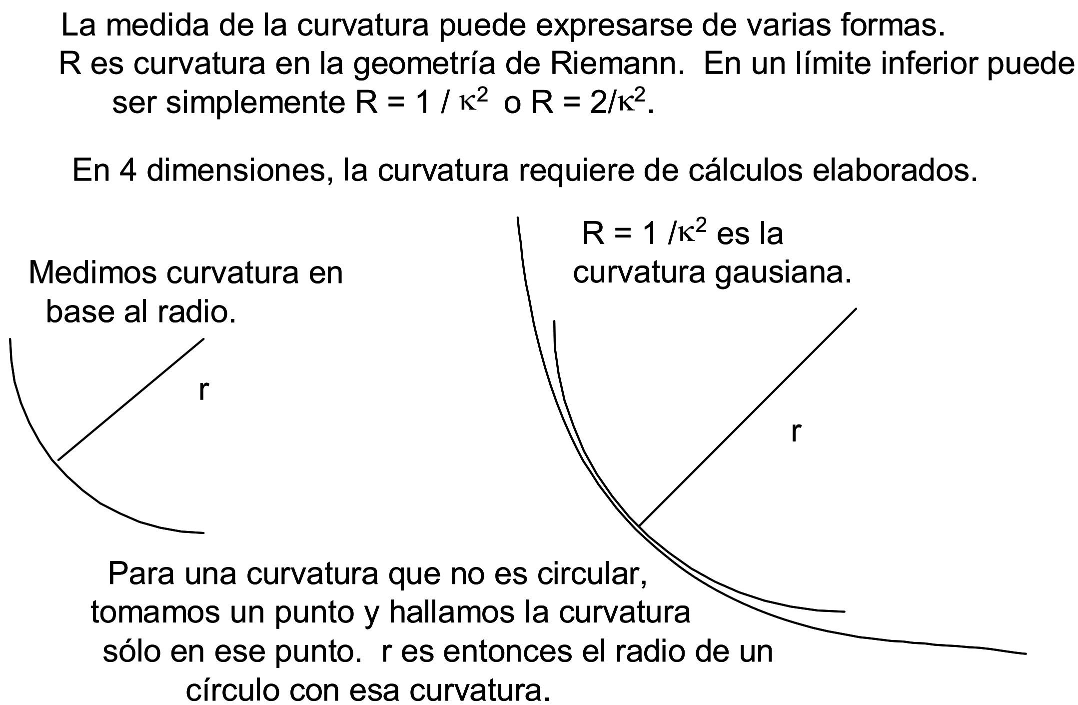
En general, a medida que aumenta la densidad, se encoge el marco de referencia. Desde su propio punto de vista, no sufre cambios, aunque a cierto valor de densidad ocurrirá algún colapso o cambio de física tal como la conocemos.

Curvatura

La curvatura es fundamental para los conceptos utilizados en relatividad general y en mecánica cuántica. A medida que vemos las respuestas indicadas por las ecuaciones de Evans, comenzamos a percibir que la curvatura es sinónimo de existencia. Sin la presencia de curvatura, no existe el vacío del espaciotiempo.

El espaciotiempo de Minkowski es sólo una construcción matemática que Evans define como el vacío. Sin curvatura, no hay energía presente y por lo tanto no hay existencia. El verdadero espaciotiempo del universo que habitamos es curvo y con torsión. Véase la Figura 2-7.

Figura 2-7 Curvatura



Concepto de Campo

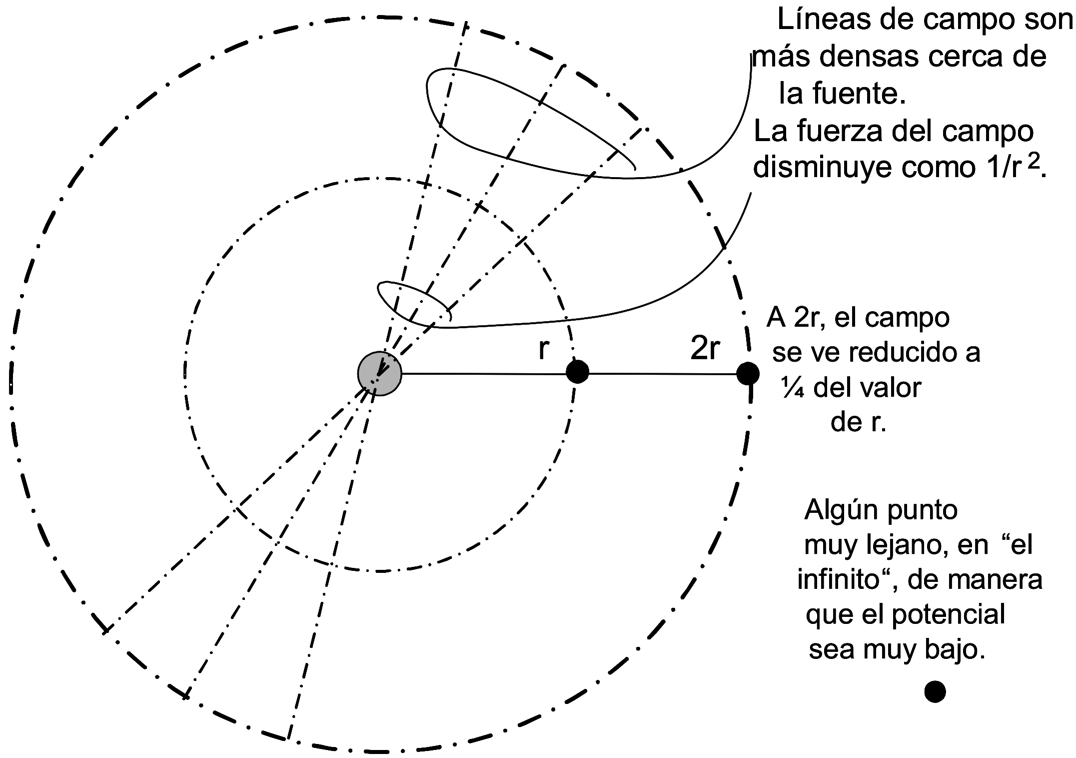
El campo es un dispositivo matemático utilizado para describir en el espaciotiempo una fuerza presente a una distancia de su fuente. Cuando existe curvatura, ahí un campo que puede utilizarse para evaluar efectos de atracción o repulsión a varias distancias desde la fuente. De igual modo, donde existe una carga eléctrica, se imagina un campo presente alrededor de la misma. La idea completa de "teoría del *campo* unificado" es la de combinar las descripciones gravitacionales y eléctricas. Ambas son muy similares con respecto a la descripción del campo.

Utilizamos el término "potencial" ya que existe la capacidad de realizar trabajo sobre una carga o una masa aun cuando no haya una presente.

En la Figura 2-8 suponemos que existe una fuente de energía en el círculo gris central. Construimos una malla circular alrededor del mismo y establecemos una distancia r. El *campo* varía como la inversa de la distancia al cuadrado, $1/r^2$. El *potencial* mismo es un escalar y es proporcional a $1/r$. El campo es un vector. Existe una dirección en la cual el potencial "empuja" o "hala". La fuerza resultante del campo variará cómo $1/r^2$.

Ya mostramos que la gravitación es curvatura, no una fuerza, en la introducción al principio de este capítulo. Lo mismo se observará en la teoría del campo unificado para el electromagnetismo y la carga - denominados colectivamente electrodinámica.

Figura 2-8 Campo Potencial



La fuerza del campo a una distancia de la carga o de una masa disminuye como la inversa del cuadrado de la distancia. Potencial = una constante / r

El vacío

En el pasado existió alguna controversia acerca de la naturaleza del vacío o espaciotiempo. Quizás el vacío estuviese compuesto de pequeños puntos granulares. ¿Era acaso el espaciotiempo sólo un concepto matemático o constituía una realidad? ¿Qué tan substancial es el vacío?

Existen varios puntos de vista acerca del vacío frente al espaciotiempo. La teoría cuántica nos dice que, por lo menos, el vacío es "rico pero vacío" - sea lo que fuere que esto signifique. La escuela estocástica lo considera como un medio granular. La relatividad general tradicional lo considera como una variedad diferenciable. De cualquier manera, del mismo provienen partículas virtuales, se produce polarización del vacío y puede provocar la evaporación de agujeros negros. Ciertamente se encuentra lleno de ondas de fotones y neutrinos. Podría estar lleno de ondas potenciales originadas en el otro lado del universo.

A lo sumo, está compuesto de puntos reales potenciales de espaciotiempo comprimido. Estos no son un gas y no son el éter, pero sólo existencia potencial. Desde este punto de vista el vacío no es vacuo. Lo vacuo se ubicaría en las regiones fuera del universo - precisamente junto a cada punto que existe pero en la nada inalcanzable.

El término "vacío" y la palabra espaciotiempo suelen intercambiarse con frecuencia. Son el terreno en común entre la relatividad general y la mecánica cuántica. Según Evans, la palabra vacío significa espaciotiempo de Minkowski en todas partes, sin la presencia de curvatura o torsión; es decir, significa espaciotiempo plano en todas partes. La clave podrá hallarse más adelante en este libro en el desarrollo del postulado básico de Einstein de R= -kT. Donde hay curvatura en el espaciotiempo, existe densidad de energía-masa, y donde hay torsión del espaciotiempo puede hallarse densidad de espín.

El "vacío" es espaciotiempo cuántico o plano. El "espaciotiempo" es un término más general y puede ser curvo.

Variedades y espacios matemáticos

En cada punto de nuestro universo existe un espacio tangencial lleno de números escalares, vectores y tensores. Estos definen el espacio y su métrica. Esto es el espacio tangencial, el cual no se encuentra en la misma variedad, o manifold, base del universo. Puede visualizarse claramente la tangente dentro del mismo espacio que una línea curva en un espacio tridimensional, pero en un espaciotiempo de cuatro dimensiones, una línea curva deviene algo difícil de imaginar. Típicamente, lo imaginamos como tiempo y podemos caracterizar uno como una serie de rebanadas de espacios tridimensionales moviéndose hacia adelante. El espacio tangencial permite operaciones para imágenes matemáticas. En relatividad general esto se considera como un espacio físico. Es decir, es geométrico. La Figura 2-3 fue un intento de demostrar lo anterior.

En mecánica cuántica el espacio vectorial se utiliza de un modo similar, pero se le considera como un espacio puramente matemático.

En cualquier punto existe un número infinito de espacios que poseen vectores que pueden utilizarse en cálculos. Véanse las Figuras 2-9 y 2-10.

Se introduce aquí la tétrada, y ésta se desarrollará más aún en capítulos posteriores. La tétrada es una matriz de 4 X 4, de 16 componentes que se construye a partir de vectores en la variedad base, y el índice se muestra en la Figura 2-9.

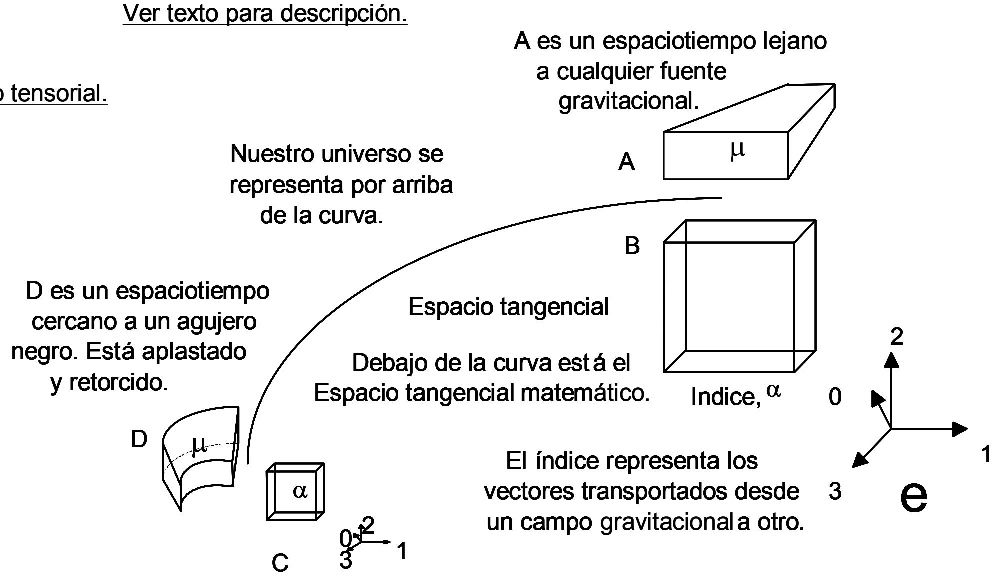
La teoría de Cartan sobre la tétrada analiza un espaciotiempo de cuatro dimensiones, utilizando métodos diferenciales alternos denominados marcos. La tétrada es como un tensor de Riemann pero con un disfraz diferente.

Para el no matemático, esto resulta difícil de comprender. No es críticamente importante llegar a comprenderlo, pero la tétrada constituye el método matemático clave que Evans utiliza para desarrollar la teoría del campo unificado

Figura 2-9 Tétrada y Tensores

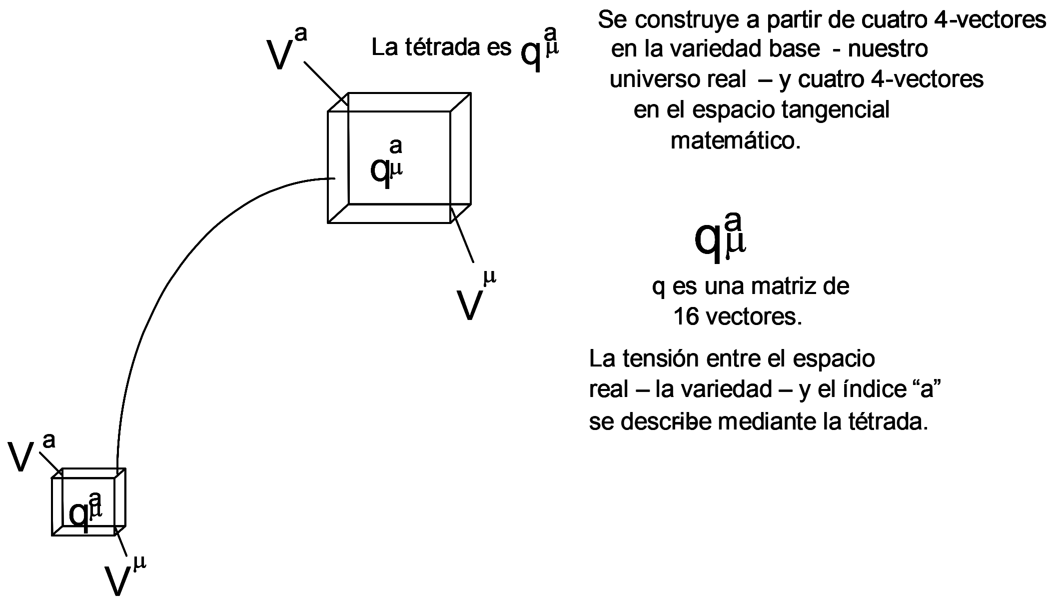
Ver texto para descripción.

Método tensorial.



Para describir el electromagnetismo en este escenario gravitacional , el tensor debe hacerse girar encima del espaciotiempo curvo. No funciona.

Método de la Tétrada.



La tétrada misma puede hacerse girar. Dado que está compuesta del espaciotiempo mismo, el espaciotiempo está girando en la descripción electromagnética. Esto sí funciona.

Para fines prácticos, se sugiere imaginar nuestro espaciotiempo de cuatro dimensiones como las tres dimensiones que nos son familiares, y el tiempo como un sendero a lo largo del cual se mueven las otras tres dimensiones. En geometría diferencial, relatividad general y teoría del campo unificado, el sendero del tiempo cumple con las mismas construcciones matemáticas que siguen las dimensiones espaciales. El tiempo no se comprende del todo bien; el tiempo puede devenir una dimensión espacial en las matemáticas de agujero negro de Kerr. Einstein colocó al espacio y al tiempo en un mismo plano en la relatividad restringida.

En la Figura 2-9 se observa en la parte superior el método tensorial de la relatividad general. Los tensores son construcciones matemáticas que pueden moverse desde un campo gravitacional a otro, digamos desde un espacio bien lejano a un agujero negro, hasta casi tocar el horizonte. Muy lejos, el espacio es casi plano como se muestra en A, una caja en el extremo superior derecho. Sin embargo, cerca del agujero negro el espacio se comprime y se tuerce. Esto se representa como D en el extremo inferior izquierdo. El vector base es **e**. Las distancias dentro de la caja se definen mediante cuatro vectores. Está en un espacio tangencial y es rectangular. Esto se representa como B. Tal como se observa en C, esos vectores se ven aplastados por la gravedad.

La forma en que se utilizan los tensores en dicho espaciotiempo A puede representarse mediante un tensor B. B se mueve hacia un nuevo campo gravitacional y se comprime y deviene C. C puede entonces representarse en forma inversa como transformándose en el espaciotiempo D.

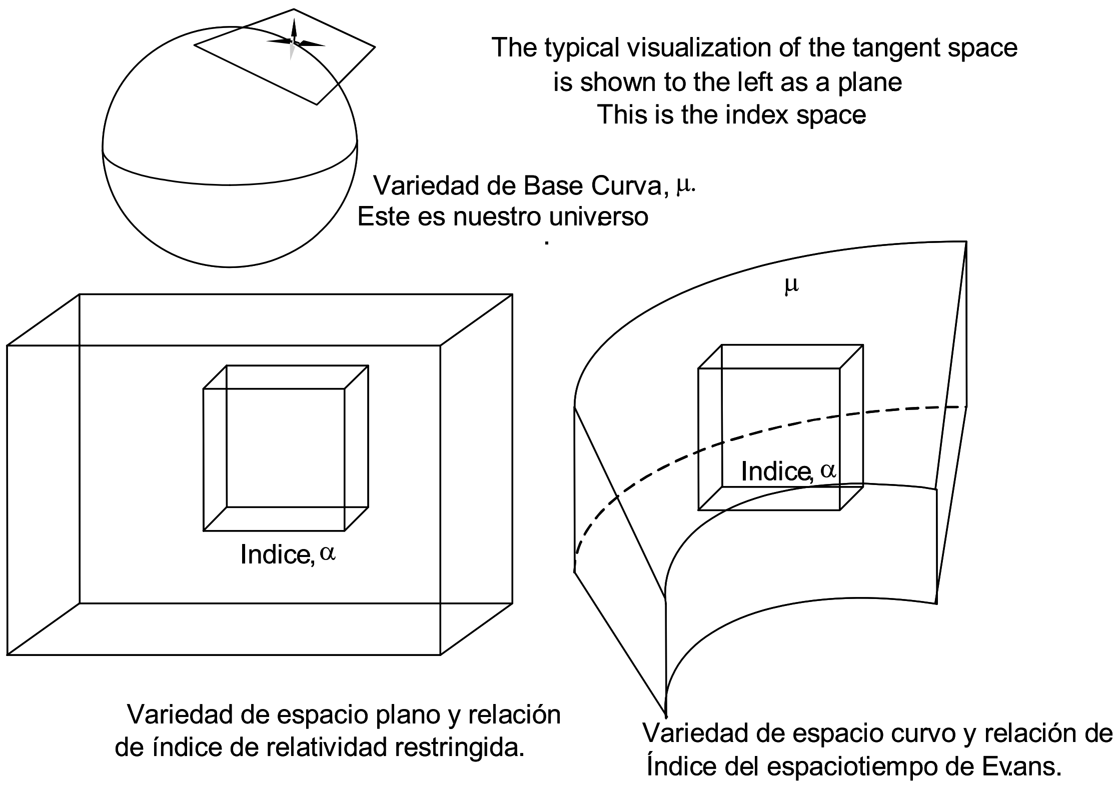
q^a_μ es una tétrada. "a" indica el índice matemático en el espacio tangencial. “μ“ indica el espaciotiempo de nuestro universo. Los componentes dentro de la tétrada dibujan un mapa desde la variedad en nuestro espacio real al espacio de los índices. Allí hay 16 componentes debido a que cada uno de los cuatro vectores del espaciotiempo que definen la curvatura en un punto dado se multiplica individualmente por cada uno de cuatro vectores en el espacio de los índices. Sin profundizar en el método utilizado para efectuar los cálculos, baste saber que la tétrada permite visualizar un espacio curvo en un campo gravitacional diferente, y definen el espaciotiempo curvo resultante. El camino que recorre se encuentra dentro del espacio tangencial. La Figura 2-10 muestra otra vista del espaciotiempo transformado en matemáticas.

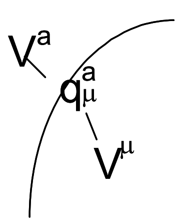
Por ejemplo, en la teoría de Evans un campo electromagnético hace girar al espaciotiempo mismo. Puede moverse desde un campo gravitacional a otro y la tétrada suministra el método de cálculo.

Evans utilizó vectores en su primer artículo sobre teoría del campo unificado, pero muy pronto cambió a la formulación con empleo de tétradas, el cual le permitía mucha mayor libertad para descubrir propiedades físicas del espaciotiempo. La tétrada se conoce en relatividad general como la variación Palatini - una versión alterna a la geometría de Riemann utilizada por Einstein.

Veremos más adelante que la tétrada puede hacerse girar. Describe la gravitación a lo largo de la curva y al electromagnetismo como una torsión simultánea. El electromagnetismo es espaciotiempo que gira. La gravitación es espaciotiempo curvado.

Figura 2-10 Variedad Base Manifold con Indice Euclideano





La métrica y la tétrada

La métrica es un mapa entre vectores (y un vector y una 1-forma). La métrica de nuestro universo de cuatro dimensiones requiere de dos 4-vectores para crear una definición.

Un espacio vectorial métrico es un espacio vectorial que contiene un producto escalar. Un escalar es un número real que podemos medir en nuestro universo. Esencialmente, esto significa que las distancias pueden definirse utilizando la versión en cuatro dimensiones del Teorema de Pitágoras. El espaciotiempo de Minkowski es un ejemplo de un espacio vectorial métrico; posee cuatro dimensiones, pero es plano - la gravitación no existe dentro del mismo. Las transformaciones de Lorentz permiten una definición de las distancias entre los eventos. No puede describir marcos de referencia acelerados o gravitación. Esta es la limitación que condujo a Einstein a desarrollar la relatividad general.

En la mayor parte de la relatividad general se utiliza la geometría de tensores para llevar a cabo los cálculos. Evans utiliza más la geometría diferencial que lo observado habitualmente.

Los vectores métricos se construyen a partir de vectores ubicados dentro de la variedad (espaciotiempo de nuestro universo) al multiplicarlos por la métrica. Más abajo, **e** indica vectores base y η_n indica la métrica con $\eta_n = (-1, 1, 1, 1)$. Esto se vuelve complicado si uno está realmente efectuando los cálculos, pero no posee grandes dificultades conceptuales. Los vectores base utilizados más abajo son similares al concepto de distancia invariante mencionado en el capítulo anterior. Cuatro vectores constituyen aquello que denominamos un "4-vector". Pueden describir propiedades físicas del espaciotiempo en un punto en el universo.

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{0\ \text{métrica}} &= \mathbf{e}_0\, \eta_0 \\ \mathbf{e}_{1\ \text{métrica}} &= \mathbf{e}_1\, \eta_1 \\ \mathbf{e}_{2\ \text{métrica}} &= \mathbf{e}_2\, \eta_2 \\ \mathbf{e}_{3\ \text{métrica}} &= \mathbf{e}_3\, \eta_3 \end{aligned} \tag{3}$$

En cada punto en el espaciotiempo existen objetos geométricos. El tensor métrico es aquel necesario para medir distancias invariantes en el espaciotiempo curvo de cuatro dimensiones. Con el objeto de que podamos ver qué le sucede a un objeto, digamos un simple cubo, cuando se mueve desde un campo gravitacional a otro, necesitamos ecuaciones lineales. El movimiento en el espaciotiempo curvo es muy complicado.

Colocamos el objeto en el espacio tangencial.

Utilizamos vectores base que nos den las longitudes (energía, etc.) en una forma ajustable.

Movemos entonces los vectores en el espacio tangencial lineal.

Finalmente, sacamos estos vectores del espacio tangencial y calculamos los nuevos componentes en el espaciotiempo real. Esto es lo que los vectores base y los tensores hacen para nosotros.

Dos vectores métricos pueden establecer el tensor métrico. La métrica produce la longitud cuadrada de un vector. Es como una flecha que relaciona dos eventos cuando se calcula la distancia. El vector tangencial es su generalización[3].

[3] Véase http://en.wikipedia.org/wiki/Metric_space

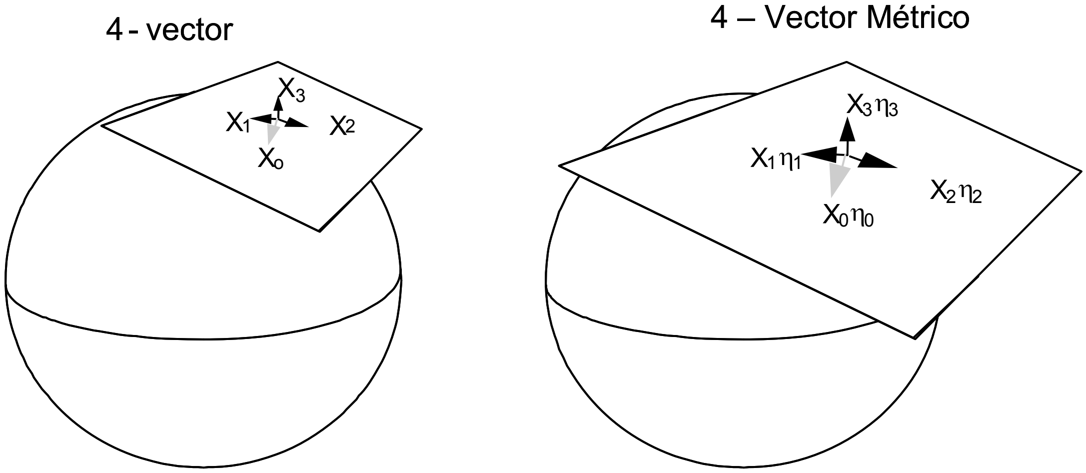
Se requiere de dos 4-vectores para describir la orientación de un espaciotiempo curvo de cuatro dimensiones. Esto es similar a la necesidad de dos líneas rectas para describir un plano en un espacio tridimensional.

La métrica del 4-vector es la tétrada considerada como los componentes en la variedad base del 4-vector q_a. Así, la métrica de la variedad base en términos de tétradas es:

$$g_{\mu\nu} = q^a{}_\mu \, q^b{}_\nu \, \eta_{ab} \qquad (4)$$

en donde η_{ab} es la métrica. A veces esto se expresa como $g_{\mu\nu}x^\mu y^\nu$. Un cuatro-vector se multiplica por los factores -1, 1, 1, 1 para encontrar el cuatro-vector de la métrica. Todo cuanto hacemos es utilizar el teorema pitagórico en cuatro dimensiones para hallar distancias. Véase la Figura 2-11. La distancia entre dos 4-vectores métricos necesita del tiempo con signo negativo para calcularse correctamente. Puede llevarse a cabo con vectores o también con tétradas. Cuando se utiliza un vector métrico, los signos se colocan en el vector.

Figura 2-11 Vectores Métricos



Sin lugar a duda, el concepto de la tétrada es avanzado, y aún el físico o matemático profesional generalmente no está muy familiarizado con el mismo.

Einstein trabajó con la métrica como su campo fundamental aún cuando utilizó la tétrada cuando intentó una teoría de campo unificado. Existe otro campo fundamental denominado la variación Palatini, que utiliza la tétrada como campo fundamental. Evans utiliza la variación Palatini.

Tensores y geometría diferencial

El cálculo tensorial se utiliza extensivamente en relatividad. Los tensores son máquinas matemáticas para efectuar cálculos. Su valor subyace en que dada una fórmula tensorial no habrá cambio en la misma cuando cambian los marcos de referencia. En relatividad restringida, es posible utilizar una matemática relativamente sencilla, ya que sólo se producen cambios en dos dimensiones. Sin embargo, en relatividad general, las cuatro dimensiones se curvan o comprimen o expanden en diferentes formas, a medida que los marcos de referencia cambian su posición en un campo gravitacional. Se requiere de una matemática más compleja.

Los tensores son similares a los vectores y pueden utilizar matrices tal como lo hacen los vectores para lograr así un manejo más sencillo.

El *tensor de la métrica* es importante en relatividad general. Es una fórmula que toma dos vectores y los transforma en una distancia - un número real, un escalar.

$g = (\mathbf{v}^1, \mathbf{v}^2)$ es la forma en la que se expresa, siendo $\mathbf{v}^1$ y $\mathbf{v}^2$ los vectores. Esta es la variación matemática abstracta general. Todo cuanto esto significa es "la distancia".

Si se está llevando a cabo un cálculo con números reales, entonces:

$$g = (\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2)\eta_{\alpha\beta} \tag{5}$$

en donde $\eta_{\alpha\beta}$ es la métrica e indica que los resultados deberán utilizar (-1, 1, 1, 1) como factores multiplicados por los valores de los vectores.

g es la distancia invariante en cuatro dimensiones. Es una distancia escalar. El cálculo consiste en la fórmula pitagórica en cuatro dimensiones con la aplicación de la métrica.

Las matemáticas utilizadas para calcular las correspondencias en relatividad general son la geometría diferencial. Por ejemplo, dx/dt es una simple ecuación diferencial. "dx/dt" puede describirse como "la diferencia en distancia x por la diferencia en el tiempo transcurrido". Si dijésemos dx/dt = 100 km/hr durante las tres horas de duración de un viaje, entonces podemos calcular un equivalente al multiplicar por las tres horas. dx/dt = 300 km / 3 hrs. Alternativamente, uno podría calcular la velocidad en cualquier punto individual. En el Capítulo 4 dedicado a geometría profundizaremos un poco más en el tema.

Se menciona lo anterior aquí para demostrar que mientras que trabajar en cuatro dimensiones es complicado, la idea básica es una que vemos con frecuencia y que no es difícil en absoluto. Millas por hora o km/h es una ecuación diferencial. Las ecuaciones de Evans utilizan la geometría diferencial. Explicaremos algunas a medida que avancemos y tanto el Glosario como los apéndices profundizan en el tema. Sin embargo, no se requiere una completa comprensión de la matemática utilizada, por lo cual en este libro se utilizan imágenes y descripciones verbales.

Principios de equivalencia

Este tema se discutirá nuevamente ya que las ecuaciones de Evans extienden este concepto aún más allá.

El *principio de equivalencia débil* es la igualdad entre la masa inercial y la masa gravitacional. No existe una razón obvia de por qué esto debiera de ser así. La inercia se refiere a la tendencia de un cuerpo a resistir el cambio de velocidad. Una vez en movimiento, continúa así, siempre que no haya una influencia externa.

En la ecuación

$$\mathbf{F}=m\mathbf{a} \tag{6}$$

El parámetro m es la masa inercial. Constituye la resistencia a la aceleración o desaceleración. F es la fuerza que resulta y a es la aceleración (cambio en velocidad) en metros/segundo/segundo. El empleo de negrita indica cantidades vectoriales, ya que existe una dirección definida.

En la ecuación

$$g = mM\,G / r^2 \tag{7}$$

el parámetro m es la masa gravitacional. Causa la gravitación y responde a la gravitación.

La igualdad de la masa inercial y de la masa gravitacional no posee una demostración en la física contemporánea, pero en cada experimento efectuado se ha demostrado su identidad.

El *principio de equivalencia de Einstein*, o *principio de equivalencia fuerte*, establece que las leyes de la física son las mismas en cualquier marco de referencia. Esto se aplica tanto en relatividad restringida - es decir a la velocidad - como a relatividad general - es decir a la aceleración y a la gravitación.

La implicación de la formulación de Evans es más extensiva. Podremos definir un principio de equivalencia muy fuerte que, esencialmente, establece que todo es espaciotiempo y que las leyes de la física son las mismas en cada porción del espaciotiempo - partícula, vacío o campo electromagnético.