El Teorema de Equivalencia de la Geometría de Cartan y de la Relatividad General.

por

M. W. Evans y H. Eckardt,

Civil List, AIAS y UPITEC

www.aias.us, www.webarchive.org.uk , www.upitec.org, www.atomicprecision.com, www.et3m.net

Traducción: Alex Hill (www.et3m.net)

Resumen.

La consideración de las rotaciones activa y pasiva en un plano se desarrolla en el principio de equivalencia de la geometría de Cartan y de la relatividad general, válido para toda clase de movimiento en cualquier espacio matemático y en cualquier número de dimensiones. El teorema de equivalencia establece que la cuatro derivada ordinaria de cualquier vector es igual al producto de dicho vector por la conexión de espín, en la medida en que éstos factores sean las dos componentes de la derivada covariante. El teorema tiene validez para cualquier geometría consistente, se ilustra mediante órbitas planas de cualquier tipo y permite el desarrollo de una nueva relatividad general en la que todas las órbitas pueden describirse a través de componentes de la conexión de espín.

Palabras clave: Teoría ECE, teorema de equivalencia de la geometría de Cartan, relatividad general, órbitas.

1. Introducción.

En recientes documentos de esta serie [1-10] se ha demostrado que la relatividad general de Einstein resulta incorrecta y obsoleta, y se ha llevado a cabo unos primeros intentos para desarrollar una nueva teoría de la relatividad general. Existen muchos errores en la vieja clase de relatividad general, algunos de los cuales se han conocido durante casi un siglo. Con el objeto de comenzar a desarrollar una teoría de la relatividad válida, la geometría básica deberá ser correcta y consistente. Una geometría que cumple con estas características ha estado disponible desde principios de la década de 1920, y se debe a Cartan y sus colaboradores [11]. Se desarrolla a partir de dos ecuaciones estructurales que definen la torsión y la curvatura. Las dos cantidades se vinculan a través de una identidad que incorpora correctamente a la torsión.

Uno de los principales errores de la relatividad obsoleta fue la afirmación incorrecta de que la curvatura es distinta de cero y la torsión es igual a cero. En la nota acompañante 199(6) en www.aias.us se demuestra que esta afirmación es incorrecta. Otro error fundamental de la relatividad obsoleta fue la afirmación de que la conexión de Christoffel (inferida en la década de 1860) es simétrica en sus dos índices inferiores. Este error se cometió en una época entre 1900 y 1920, cuando se desconocía la torsión, pero la curvatura se conocía y fue inferida por primera vez por Levy Civita y sus colaboradores. Riemann trabajó a principios del siglo XIX y solo infirió la métrica. Desafortunadamente, Einstein desarrolló la relatividad general alrededor de 1915, cuando se desconocía la torsión. El trabajo de Einstein fue criticado severamente casi de inmediato por Schwarzschild en diciembre de 1915 [12] en una carta que ahora se encuentra disponible en la red en su traducción al idioma inglés. La torsión fue desarrollada por Cartan y sus colaboradores a principios de la década de 1920 en París. Cartan y Einstein intercambiaron correspondencia, pero Einstein no adoptó las ecuaciones estructurales y de identidad de Cartan. Éstos se utilizaron correctamente por primera vez en esta serie de documentos [1-10], desde principios de marzo de 2003.

El trabajo divulgado en esta serie se conoce ahora como la teoría ECE de la física unificada. Ha surgido como nuevo modelo de la física, ya que el modelo tradicional se encuentra plagado de errores, complejidades y una opacidad infranqueable. La afirmación incorrecta de la conexión simétrica se produjo a partir de la afirmación incorrecta de que la torsión es igual a cero mientras que la curvatura es distinta de cero. El método correcto para generar curvatura y torsión utiliza [1-11] el operador conocido como el conmutador de derivadas covariantes. La acción de este operador sobre cualquier tensor, en cualquier espacio en cualquier número de dimensiones produce tanto curvatura como torsión. Resulta incorrecto omitir la torsión porque el conmutador siempre la produce. Este último describe un viaje redondo [11] u holonomía, como es bien sabido. Sin el conmutador no existe viaje redondo, y no pueden definirse ni la curvatura ni la torsión. El conmutador es antisimétrico por definición, y la antisimetría representa el viaje redondo. La acción del conmutador produce combinaciones de conexiones, productos de conexión y derivadas de conexiones. La conexión siempre resulta antisimétrica en sus dos índices inferiores, por definición de viaje redondo. La torsión es una combinación de dos conexiones; la curvatura es una combinación de derivadas y productos de conexiones. Existe una correspondencia bi-univoca entre los índices de la conexión y el conmutador. La conexión misma no es un tensor, pero las combinaciones conocidas como torsión y curvatura son tensores que retienen su formato bajo la transformación general de coordenadas. Las ecuaciones estructurales de Cartan son afirmaciones elegantes, equivalentes a la acción de un conmutador.

La conexión en sí misma se define mediante la derivada covariante de cualquier vector en cualquier espacio matemático y en cualquier número de dimensiones. La derivada covariante está constituida por la suma de la derivada ordinaría y un término en la conexión. Esta suma se define de tal manera que la derivada covariante retiene su formato bajo la transformación general de coordenadas. No sucede así con la derivada ordinaria [1-11]. En la Sección 2 se infiere un nuevo teorema de la geometría de Cartan, o de cualquier geometría consistente. El teorema afirma que los dos términos de la derivada covariante son iguales. La demostración más sencilla de este hecho se desarrolla alrededor de la rotación activa y pasiva en un plano, y esto se explica en la Sección 2. En la Sección 3 se utiliza el nuevo teorema para describir cualquier órbita en términos de los componentes de la conexión de espín, una nueva teoría de la relatividad general que resulta válida para todas las órbitas observables. Esto pareciera ser la forma más sencilla y elegante de desarrollar la teoría de la relatividad general.

2. Desarrollo del Teorema de Equivalencia de la Geometría.

Consideremos la rotación del vector posición definido en el plano XY:

$$\boldsymbol{r} = X\boldsymbol{i} + Y\boldsymbol{j} \tag{1}$$

En la rotación activa, el vector posición rota en el sentido de las agujas del reloj mientras los ejes de coordenadas se mantienen fijos, barriendo un ángulo θ, produciendo el resultado:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{r}' &= X'\boldsymbol{i} + Y'\boldsymbol{j} \\ &= (X\,cos\theta + Y\,sen\theta)\boldsymbol{i} + (-X\,sen\theta + Y\,cos\theta)\boldsymbol{j}\end{aligned} \tag{2}$$

Por lo tanto, la ecuación matricial:

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \operatorname{sen}\theta \\ -\operatorname{sen}\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} \tag{3}$$

define la tétrada de rotación:

$$q^a_\mu = \begin{bmatrix} \cos\theta & \operatorname{sen}\theta \\ -\operatorname{sen}\theta & \cos\theta \end{bmatrix} . \tag{4}$$

Un ejemplo de la tétrada de Cartan. En la rotación activa los ejes de coordenadas están fijos, de manera que la conexión de espín de Cartan es igual a cero. En este caso, la torsión de Cartan se define mediante [1 - 11]:

$$T^a_{\mu\nu} = \partial_\mu q^a_\nu - \partial_\nu q^a_\mu \tag{5}$$

Nótese que la tétrada de rotación (4) se define mediante:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{e}_r \\ \boldsymbol{e}_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \operatorname{sen}\theta \\ -\operatorname{sen}\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{i} \\ \boldsymbol{j} \end{bmatrix} , \tag{6}$$

$$\boldsymbol{e}_r = \quad \boldsymbol{i}\cos\theta + \boldsymbol{j}\operatorname{sen}\theta \ , \tag{7}$$
$$\boldsymbol{e}_\theta = -\boldsymbol{i}\operatorname{sen}\theta + \boldsymbol{j}\cos\theta \ , \tag{8}$$

Donde $\boldsymbol{e}_r$ y $\boldsymbol{e}_\theta$ son los vectores unitarios de las coordenades polares cilíndricas(r, θ) en el plano XY . El conocido generador de rotación [1 - 11] se infiere a partir de la tétrada de rotación, y el operador de momento angular en mecánica cuántica es el generador de rotación en la constante reducida de Planck, $\hbar$.

Consideremos ahora la rotación pasiva que resulta equivalente a la rotación activa. En la rotación pasiva, el vector posición es constante pero los ejes de coordenadas rotan en sentido contrario a las agujas del reloj. Expresamos la Ec. (2) como:

$$\boldsymbol{r}' = X(\boldsymbol{i}\cos\theta - \boldsymbol{j}\operatorname{sen}\theta) + Y(\boldsymbol{i}\operatorname{sen}\theta + \boldsymbol{j}\cos\theta) \tag{9}$$

donde X e Y en la Ec. (2) son constantes. Por lo tanto, la rotación pasiva es:

$$\boldsymbol{i}' = \boldsymbol{i}\cos\theta - \boldsymbol{j}\operatorname{sen}\theta \tag{10}$$
$$\boldsymbol{j}' = \boldsymbol{i}\operatorname{sen}\theta + \boldsymbol{j}\cos\theta \tag{11}$$

y es una rotación de los vectores unitarios cartesianos $\boldsymbol{i}$ y $\boldsymbol{j}$ representados por la ecuación matricial:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{i}' \\ \boldsymbol{j}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\operatorname{sen}\theta \\ \operatorname{sen}\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{i} \\ \boldsymbol{j} \end{bmatrix} \tag{12}$$

Nótese que:

$$\begin{bmatrix} \cos\theta & \operatorname{sen}\theta \\ -\operatorname{sen}\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & -\operatorname{sen}\theta \\ \operatorname{sen}\theta & \cos\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{13}$$

De manera que la tétrada de rotación inversa es:

$$q_a^\mu = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\operatorname{sen}\theta \\ \operatorname{sen}\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \tag{14}$$

En la notación de Cartan:

$$q_\mu^a \, q_a^\mu = 1 \ . \tag{15}$$

Para la rotación pasiva, los componentes X e Y son constantes, de manera que sus derivadas desaparecen y la rotación pasiva se describe en geometría de Cartan a través del término de conexión de espín de la derivada covariante. En este caso, la torsión de Cartan se define mediante:

$$T_{\mu\nu}^a = \omega_{\mu b}^a q_\nu^a - \omega_{\nu b}^a q_\mu^a = \omega_{\mu\nu}^a - \omega_{\nu\mu}^a \tag{16}$$

Por antisimetría [1 - 10]:

$$T^a_{\mu\nu} = 2\partial_\mu q^a_\nu = 2\omega^a_{\mu\nu} \tag{17}$$

y se infiere el teorema de equivalencia de la geometría de Cartan:

$$\partial_\mu q^a_\nu = \omega^a_{\mu\nu} \tag{18}$$

La derivada covariante completa en la geometría de Cartan es:

$$D_\mu V^a = \partial_\mu V^a + \omega^a_{\mu b} V^b \tag{19}$$

y el nuevo teorema de equivalencia de este documento muestra que los dos términos de la derivada covariante son iguales. El resultado es válido para cualquier geometría consistente, en cualquier espacio matemático y en cualquier número de dimensiones.

3. Aplicación a Relatividad General y a la Teoría Orbital Plana.

Una órbita plana de cualquier tipo viene descrita por la Ec. (1) en donde X e Y son funciones del tiempo *t*. De manera que para cualquier órbita en un plano:

$$V^1 = X(t), \quad V^2 = Y(t) \tag{20}$$

Se deduce a partir de ello que:

$$\partial_0 X = \omega^1_{0b} V^b = \omega^1_{01} X + \omega^1_{02} Y \ , \tag{21}$$
$$\partial_0 Y = \omega^2_{0b} V^b = \omega^2_{01} X + \omega^2_{02} Y \ , \tag{22}$$

donde:

$$\partial_0 = \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t} \ . \tag{23}$$

Aquí, *c* es la velocidad de la luz en el vacío. Si transformamos a coordenadas cilíndricas:

$$X = r\cos\theta, \quad Y = r \operatorname{sen}\theta \tag{24}$$

En esta notación:

$$(1,2) = (r, \theta) \tag{25}$$

Nótese que tanto r como θ dependen del tiempo. De manera que la derivada temporal debe calcularse mediante el Teorema de Leibniz como sigue:

$$\frac{\partial}{\partial t}(r\cos\theta) = \frac{\partial r}{\partial t}\cos\theta + r\frac{\partial}{\partial t}(\cos\theta(t)) \tag{26}$$

Utilizando la regla de la cadena:

$$\frac{\partial f(\theta)}{\partial t} = \frac{\partial f(\theta)}{\partial \theta}\frac{\partial \theta}{\partial t} \tag{27}$$

se encuentra que:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\cos\theta(t)) = -\frac{\partial \theta}{\partial t}\operatorname{sen}\theta \tag{28}$$

de manera que

$$\frac{\partial}{\partial t}(r\cos\theta) = \frac{\partial r}{\partial t}\cos\theta - \frac{\partial \theta}{\partial t}\ r\operatorname{sen}\theta \ \ . \tag{29}$$

Análogamente:

$$\frac{\partial}{\partial t}(r\operatorname{sen}\theta) = \frac{\partial r}{\partial t}\operatorname{sen}\theta + \frac{\partial \theta}{\partial t}\ \ \mathrm{r}\cos\theta \ \ . \tag{30}$$

Comparando las Ecs. (21) y (29)

$$c\ \omega^1_{\ 01} r\cos\theta + \ c\ \omega^1_{\ 02} r\operatorname{sen}\theta = \frac{\partial r}{\partial t}\cos\theta - \frac{\partial \theta}{\partial t}\ r\operatorname{sen}\theta \ \ . \tag{31}$$

De manera que los componentes de la conexión de espín son

$$\omega^1_{\ 01} = \frac{1}{c\,r}\frac{\partial r}{\partial t}\ , \tag{32}$$

$$\omega^1_{\ 02} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \theta}{\partial t}\ \ . \tag{33}$$

Comparando las Ecs. (22) y (30) nos da los otros dos componentes de la conexión de espín:

$$\omega^2_{\ 01} = \frac{1}{c}\frac{\partial \theta}{\partial t} \tag{34}$$

$$\omega^2_{\ 02} = \frac{1}{c\,r}\frac{\partial r}{\partial t} \tag{35}$$

La conexión de espín completa para cada *a* es, por lo tanto:

$$\omega^a_{\ 0b} = \begin{bmatrix} \omega^1_{\ 01} & \omega^1_{\ 02} \\ \omega^2_{\ 01} & \omega^2_{\ 02} \end{bmatrix} = \frac{1}{c}\begin{bmatrix} \frac{1}{r}\frac{\partial r}{\partial t} & -\frac{\partial \theta}{\partial t} \\ \frac{\partial \theta}{\partial t} & \frac{1}{r}\frac{\partial r}{\partial t} \end{bmatrix} \tag{36}$$

ó:

$$r\ c\ \omega^a_{\ 0b} = \begin{bmatrix} \frac{\partial r}{\partial t} & -r\frac{\partial \theta}{\partial t} \\ r\frac{\partial \theta}{\partial t} & \frac{\partial r}{\partial t} \end{bmatrix} \tag{37}$$

Se ha desarrollado en documentos recientes de esta serie la velocidad orbital en coordenadas cilíndricas, la cual es:

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{e}_r \frac{dr}{dt} + \boldsymbol{e}_\theta r \frac{d\theta}{dt} \tag{38}$$

Puede observarse que las componentes de la velocidad orbital lineal son componentes de conexión de espín

$$\begin{aligned} \boldsymbol{v} &= r\, c\, (\omega^1_{\ 01} \boldsymbol{e}_r - \omega^1_{\ 02} \boldsymbol{e}_\theta) \\ &= r\, c\, (\omega^2_{\ 02} \boldsymbol{e}_r + \omega^2_{\ 01} \boldsymbol{e}_\theta) \quad . \end{aligned} \tag{39}$$

Un resultado válido para cualquier órbita en un plano. Esta es una descripción puramente relativista de cualquier órbita en términos de la conexión, porque se describe la órbita como un movimiento de los ejes. A partir de la tétrada de rotación (4) y los componentes de la conexión de espín, puede evaluarse la torsión utilizando la primera ecuación estructural de Cartan. Puede evaluarse la curvatura a partir de los componentes de la conexión utilizando la segunda ecuación estructural de Cartan. Las ecuaciones de campo vienen dadas por la identidad de Cartan [1-10]. Nótese que sólo se ha utilizado el concepto de velocidad. En documentos posteriores se definirá el momento y la energía, junto con teoremas de conservación de la nueva relatividad general.

En los apuntes de acompañamiento 199(1) a 199(5) se incluyen discusiones acerca del movimiento orbital impulsado por la torsión y el movimiento rectilíneo impulsado por la torsión, como aquellos representados mediante una tétrada, varias representaciones de la tétrada de la elipse, y apuntes de las representaciones en coordenadas polares cilíndricas y cartesianas de la elipse. En el sistema solar, se sabe por observación que la relación funcional entre r y θ viene dada por la trayectoria elíptica con precesión:

$$r = \frac{\alpha}{1 + \epsilon \cos(x\theta)} \tag{40}$$

donde 2α es la latitud recta, ϵ es la elipticidad y x es la constante de precesión. Utilizando la Ec. (40) pueden definirse las componentes de la conexión de espín para una trayectoria elíptica con precesión. Este procedimiento es válido para cualquier órbita en un plano en la que se conozca por observación la dependencia de r respecto de θ.

Finalmente, nótese que la totalidad de la dinámica clásica puede desarrollarse en términos de conexiones de espín, utilizando el nuevo teorema de equivalencia (18), de manera que la dinámica clásica y la relativista también se transforman en conceptos unificados. La razón de ello es que cualquier movimiento posee su dinámica de marco equivalente.

Agradecimientos

Se agradece al Gobierno Británico por la Pensión Civil vitalicia, al personal técnico de AIAS y otros por muchas discusiones interesantes. Se agradece a Dave Burleigh por su publicación en red de estos documentos, a Robert Cheshire, Simon Clifford y Alex Hill por sus grabaciones y traducciones. AIAS se ha establecido bajo los auspicios del Fideicomiso de la Familia Newlands, establecido en 2011.

Referencias

[1] M. W. Evans, S. Crothers, H. Eckardt y K. Pendergast, "Criticisms of the Einstein Field Equation" (Cambridge International Science Publishing, www.cisp-publishing.com , CISP, primavera de 2011).

[2] M .W. Evans, Ed., Journal of Foundations of Physics and Chemistry (CISP, seis publicaciones anuales).

[3] M .W. Evans, H. Eckardt y D. W. Lindstrom, "Generally Covariant Unified Field Theory" (Abramis Academic, 2005 a 2011), en siete volúmenes.

[4] M .W. Evans, H. Eckardt y D. W. Lindstrom, "ECE Theory of H Bonding", plenaria publicada en Proc. Int. Conf. Water, H Bonding, Nanomaterials and Nanomedicine, Academia Serbia de Ciencias y Artes, 4 de septiembre de 2010.

[5] M. W. Evans y H. Eckardt, "The R Spectra of Atoms and Molecules", Contemporary Materials, 1(2), 112 - 116 (2010), Publicación de la Academia Serbia de Ciencias y Artes.

[6] M .W. Evans, "Molecular Dissociation due to the B(3) Field", Contemporary Materials, 2(1), 1 - 4 (2011).

[7] L. Felker, "The Evans Equations of Unified Field Theory" (Abramis Academic 2007). Existe traducción al castellano de este libro en la Sección Español del portal www.aias.us.

[8] Los portales de la teoría ECE: www.aias.us, www.atomicprecision.com, www.upitec.org, www.et3m.net, archivados en www.webarchive.org.uk (Biblioteca Nacional de Gales y Biblioteca Británica).

[9] M .W. Evans y S. Kielich (Eds.), "Modern Nonlinear Optics" (Wiley, Nueva York, 1992, 1993, 1997, 2001, en dos ediciones en seis volúmenes).

[10] M. W. Evans y J.-P. Vigier, "The Enigmatic Photon" (Kluwer, Dordrecht, 1994 a 2002, encuadernación en tapa dura y blanda, en diez volúmenes); M .W. Evans y L. B. Crowell, "Classical and Quantum Mechanics and the B(3) Field" (World Scientific 2001); M. W Evans

y A. A. Hasanein, “The Photomagneton in Quantum Field Theory” (World Scientific, 1994).
[11] S. P. Carroll, “Spacetime and Geometry: an Introduction to General Relativity” (Addison Wesley, Nueva York, 2004).
[12] A. A. Vankov, www.babin.net/eeuro/vankov.pdf .