

Teoría ECE / Beltrami de la Estructura de Partones de las Partículas Elementales.

por
M. W. Evans y H. Eckardt,
Civil List, AIAS y UPITEC

Traducción: Alex Hill (www.et3m.net)

Resumen

Se desarrolla la estructura de partones de las partículas elementales, tales como el electrón, el protón y el neutrón, utilizando una ecuación restringida de Schroedinger deducida a partir de la ecuación de Beltrami para el momento lineal. La restricción es un resultado directo de la geometría de la ecuación de Beltrami, la cual constituye un ejemplo de la teoría ECE basada en geometría. Utilizando la conservación de la energía total E , se obtiene una ecuación diferencial de la energía potencial V , la cual se utiliza en la ecuación de Schroedinger para evaluar los niveles de energía y las funciones de onda de la partícula elemental. Los partones son el resultado de las funciones de onda.

• *Palabras clave:* Teoría ECE, teoría de Beltrami, estructura de partones de las partículas elementales.

1. Introducción.

Documentos recientes en esta serie [1 – 10] han producido un formato vectorial de la identidad de Cartan y una teoría geométrica de la densidad de corriente de carga. Se ha incorporado el formalismo de Beltrami a la teoría ECE, y en la Sección 2 de este documento se considera la ecuación de Beltrami para el momento lineal p . Utilizando el postulado cuántico, la ecuación de Beltrami se desarrolla en una ecuación de Schroedinger con una restricción, una ecuación cúbica de $V - E$, donde V es la energía potencial y donde E es la energía total. Utilizando el principio de conservación de la energía total E , se deduce esta ecuación a una ecuación diferencial en V , y se utiliza V en la ecuación de Schroedinger para encontrar las funciones de onda y niveles de energía de la estructura interior de una partícula elemental, tal como un electrón, un protón o un neutrón. Por lo tanto, se supone que la estructura interior de una partícula elemental se ve gobernada por una ecuación de Beltrami del momento lineal p . Esta es la hipótesis inicial, elegida porque la ecuación de Beltrami conduce a la poderosa ecuación de Schroedinger o a la ecuación inhomogénea de Helmholtz. En esta serie de 260 documentos a la fecha, se han refutado casi todos los preceptos del modelo establecido, de manera que se rechaza el modelo del gluón del quark sobre la base de que se trata de un ejercicio de ajuste de curvas sin sentido basado en diecinueve parámetros de ajuste y muchos errores y aspectos oscuros [1 – 10]. Las primeras cinco notas de acompañamiento de este documento UFT260, publicadas en el portal www.aias.us, introducen a la Sección 2, y deberían de leerse como parte de este documento. Estas notas se refieren a la ausencia de curvatura en el vacío, la estructura de Beltrami de varias cantidades en ausencia de un monopol magnético, las condiciones bajo las cuales la tétrada es una función de Beltrami, soluciones esféricas de la ecuación de Helmholtz y la ecuación básica de la materia en términos de la tétrada. Estas notas se refieren a la ecuación inhomogénea de Helmholtz, pero se requiere de la ecuación de Schroedinger para desarrollar la teoría de los partones. La condición de Beltrami respecto del momento lineal restringe la ecuación de Schroedinger en tal forma que produce una rica estructura interna, que contiene tanta información como el modelo del quark, pero con tan sólo un parámetro de ajuste en lugar de diecinueve, y con una total ausencia de aspectos oscuros.

2. Deducción de la Ecuación de Schroedinger restringida.

Consideremos la ecuación de Beltrami referida al momento lineal:

$$\underline{\nabla} \times \underline{P} = \kappa \underline{P} \quad (1)$$

donde en general κ depende de las coordenadas y no es una constante. A partir de la Ec. (1)

$$\underline{\nabla} \times (\underline{\nabla} \times \underline{P}) = \underline{\nabla} \times (\kappa \underline{P}) \quad (2)$$

Por análisis vectorial, la Ec. (2) puede desarrollarse como:

(3)

$$\underline{\nabla}(\underline{\nabla} \cdot \underline{P}) - \underline{\nabla}^2 \underline{P} = \underline{K}^2 \underline{P} + \underline{\nabla} \underline{K} \times \underline{P}$$

de manera que:

(4)

$$(\underline{\nabla}^2 + \underline{K}^2) \underline{P} = \underline{\nabla}(\underline{\nabla} \cdot \underline{P}) - \underline{\nabla} \underline{K} \times \underline{P}$$

Una posible solución es:

(5)

$$(\underline{\nabla}^2 + \underline{K}^2) \underline{P} = \underline{0}$$

y:

(6)

$$\underline{\nabla}(\underline{\nabla} \cdot \underline{P}) = \underline{\nabla} \underline{K} \times \underline{P}$$

La Ec. (6) implica:

(7)

$$\underline{P} \cdot \underline{\nabla}(\underline{\nabla} \cdot \underline{P}) = \underline{P} \cdot \underline{\nabla} \underline{K} \times \underline{P} = 0$$

Dos posibles soluciones para la Ec. (7) son:

(8)

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{P} = 0$$

y:

(9)

$$\underline{\nabla}(\underline{\nabla} \cdot \underline{P}) = \underline{0}$$

Utilizamos ahora el postulado cuántico:

(10)

$$\underline{P} = -i\hbar \underline{\nabla}$$

Las Ecs. (5) y (10) dan:

(11)

$$(\nabla^2 + K^2) \underline{\nabla} \psi = \underline{0}$$

y la ecuación de Schroedinger es [1-10]:

(12)

$$(\nabla^2 + K^2) \psi = 0.$$

A partir de la Ec. (12):

$$\nabla((\nabla^2 + K^2)\psi) = \underline{0} \quad (13)$$

es decir

(14)

$$(\nabla^2 + K^2) \underline{\nabla} \psi + (\underline{\nabla}(\nabla^2 + K^2)) \psi = \underline{0}$$

una posible solución de la cual es:

(15)

$$(\nabla^2 + K^2) \underline{\nabla} \psi = \underline{0}$$

y

(16)

$$(\underline{\nabla}(\nabla^2 + K^2)) \psi = \underline{0}$$

La Ec. (16) es la Ec. (11) Q.E.D. La Ec. (16) puede expresarse como:

(17)

$$\underline{\nabla} \nabla^2 \psi + \underline{\nabla} K^2 \psi = 0,$$

es decir

(18)

$$\underline{\nabla}(\nabla^2 \psi + K^2 \psi) = \underline{0}.$$

Una posible solución para la Ec. (18) es la ecuación de Schroedinger

(19)

$$(\nabla^2 + K^2) \psi = 0.$$

de manera que la ecuación de Schroedinger es compatible con la Ec. (11).

La Ec. (18) da:

$$\nabla^2 \psi = 0, \quad (20)$$

la cual es consistente con la Ec. (19) solo si:

$$K = 0. \quad (21)$$

La Ec. (9) da:

$$\nabla (\nabla^2 \psi) = 0, \quad (22)$$

donde:

$$\nabla^2 \psi = -K^2 \psi. \quad (23)$$

Por lo tanto:

$$\nabla (K^2 \psi) = (\nabla K^2) \psi + K^2 \nabla \psi = 0, \quad (24)$$

y:

$$\nabla \psi = -\left(\frac{\nabla K^2}{K^2}\right) \psi. \quad (25)$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \nabla \psi &= \nabla^2 \psi = -\nabla \cdot \left(\frac{\nabla K^2}{K^2} \psi\right) \\ &= -\left(\nabla \cdot \left(\frac{\nabla K^2}{K^2}\right)\right) \psi + \left(\frac{\nabla K^2}{K^2}\right) \cdot \nabla \psi. \end{aligned} \quad (26)$$

A partir de una comparación entre las Ecs. (19) y (26) obtenemos la condición subsidiaria:

$$K^2 \nabla^2 K^2 = \nabla K^2 \cdot \nabla K^2 + K^6 \quad (27)$$

donde:

$$K^2 = \frac{z_m}{\hbar} (V - E). \quad (28)$$

Por lo tanto:

$$\nabla K^2 = \frac{z_m}{\hbar} \nabla V \quad (29)$$

y

$$\nabla^2 K^2 = \frac{z_m}{\hbar} \nabla^2 V. \quad (30)$$

Lo cual da origen a una ecuación restrictiva cúbica en $V - E$:

$$(V - E)^3 - \frac{\hbar^2}{z_m} \nabla^2 V (V - E) + \frac{\hbar^2}{z_m} (\nabla V \cdot \nabla V) = 0 \quad (31)$$

Esto puede expresarse como una ecuación cúbica en E , que es una constante. E se expresa en términos de V , ∇V y $\nabla^2 V$. Utilizando:

$$\nabla E = 0 \quad (32)$$

se obtiene una ecuación diferencial en V la cual puede resolverse numéricamente, dando una expresión para V . Finalmente, esta expresión para V se utiliza en la ecuación de Schroedinger:

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} + V \right) \psi = E \psi, \quad (33)$$

para encontrar los niveles energía de E y las funciones de onda ψ . Estos son los niveles de energía y funciones de onda de la estructura interna del partón de una partícula elemental, tal como un electrón, un protón o un neutrón. Los bien desarrollados métodos de mecánica cuántica computacional pueden utilizarse para encontrar los valores esperados de cualquier propiedad, y pueden aplicarse a la teoría de dispersión, en especial dispersión profunda inelástica electrón-electrón, electrón-protón y electrón-neutrón. Se afirma que estos datos proporcionan evidencia para la estructura del quark, pero el modelo del quark depende de la validez de los sectores $U(1)$ y electro-débil del modelo establecido. En esta serie de documentos, estas teorías de sectores se han visto refutadas de muchas maneras.

3. Solución numérica de la ecuación de Schroedinger restrictiva.

3.1 Solución de la ecuación restrictiva (27)

En esta sección se desarrolla una solución numérica de la ecuación de Schroedinger restrictiva (Ec.(33)). El potencial se obtiene a partir de la ecuación restrictiva (27) ó (31), respectivamente. Seleccionamos la forma de la Ec.(27) para κ^2 , la cual se cumple para todas las energías E , de manera que una solución para la Ec.(27) posee carácter universal en E . Para el electrón se sabe que no hay independencia angular de la densidad de carga de la partícula. Para el protón existe sólo una débil dependencia angular. Por lo tanto, restringimos el operador ∇^2 en la ecuación (27) a la parte radial, dando

$$\frac{d^2}{dr^2} K^2(r) + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} K^2(r) = K^4(r) \quad (34)$$

con

$$K^2 = \frac{Zm(V-E)}{\hbar^2} \quad (35)$$

como antes. Cuando se conoce κ^2 , el potencial puede obtenerse a través de

$$V = E + \frac{\hbar^2 K^2}{2m} \quad (36)$$

Con el objeto de simplificar la Ec.(34) se sustituye κ por una nueva función λ :

$$\lambda^2(r) := r K^2(r) \quad (37)$$

Este es el mismo procedimiento que el librarse de la primera derivada en el procedimiento de resolución tradicional para la ecuación radial de Schroedinger. La Ec.(34) se lee entonces:

$$\frac{d^2}{dr^2} \lambda^2(r) = \frac{\lambda^4(r)}{r} \quad (38)$$

Las condiciones iniciales deben de elegirse de la siguiente manera. Debido a que la coordenada radial en la ecuación (37) comienza en $r = 0$, debemos de utilizar $\lambda^2(0) = 0$ para mantener la consistencia, pues la derivada de λ^2 se obtiene a partir de la Ec.(37):

$$\frac{d\lambda^2}{dr} = K^2 + 2r \frac{dK}{dr} \quad (39)$$

Sólo el primer término contribuye para $r = 0$, de manera que el valor inicial de κ^2 determina la derivada de λ^2 en este punto. En total:

$$(40)$$

$$\lambda^2(0) = 0$$

$$(41)$$

$$\frac{d\lambda^2}{dr}(0) = \kappa^2(0).$$

If $\kappa^2(0)$ es positiva, obtenemos sólo funciones con curvatura positiva para λ^2 y κ^2 , véase la Fig. 1. La función del potencial es siempre positiva y mayor que cero, permitiendo la ausencia de estados asociados. Ambas funciones divergen para valores mayores de r . Por lo tanto, se debe comenzar con un valor negativo de $\kappa^2(0)$. Entonces obtenemos una región negativa de la función potencial, comenzando con una tangente horizontal. Esto es igual al potencial de Woods Saxon, un modelo del potencial para núcleos atómicos. No se produce una singularidad en el origen porque no hay carga puntual.

Los estudios numéricos dan por resultado que las soluciones λ^2 y κ^2 son siempre del tipo mostrado en la Fig. 2. La escala radial se determina a través de la profundidad del valor inicial $\kappa^2(0)$. Se ha seleccionado aquí este valor tan grande para que la escala radial (en unidades atómicas) se encuentre en el rango de los radios de las partículas elementales, como puede apreciarse en la Tabla 1. Como artefacto, el comportamiento divergente para $r \rightarrow \infty$ hallado previamente se mantiene para valores iniciales negativos de la función de potencial. Obviamente, κ^2 atraviesa la línea de cero cuando la derivada de λ^2 posee una tangente horizontal (Fig. 2). Sería conveniente cortar el potencial para este valor de radio.

3.2 Solución de la ecuación de Schroedinger radial.

Luego de haber determinado la función potencial κ^2 , la cual depende internamente de E , es posible resolver la ecuación de Schrödinger radial reducida a partir de la Ec.(33):

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dr^2} R(r) - \frac{\hbar^2}{m r} \frac{d}{dr} R(r) + V(r) R(r) = E R(r) \quad (42)$$

con R como la parte radial de la función de onda. Se sustituye R como de costumbre:

$$(43)$$

$$P(r) := r R(r)$$

para obtener la ecuación simplificada

$$\frac{d^2}{dr^2} P(r) = \frac{2m}{\hbar^2} (V(r) - E) P(r). \quad (44)$$

$V - E$ pueden sustituirse por κ^2 , que ya se conoce a partir de la ecuación de restricción, de manera que se tiene

$$\frac{d^2}{dr^2} P(r) = \frac{\lambda^2 P(r)}{r} = \kappa^2 P(r). \quad (45)$$

Obviamente, el parámetro de energía E se subsuma por κ . La función κ computada es válida para un valor arbitrario de E . Dado que la parte izquierda de la Ec.(45) constituye un reemplazo del operador ∇^2 , la ecuación de operador, la ecuación de Schroedinger se ha transformado en una ecuación de Beltrami con una función escalar variable κ^2 (suponiendo que no hay divergencia de P). No existe dependencia de energía restante, y la ecuación puede resolverse como una ecuación diferencial ordinaria. Esta es una ecuación lineal en P , de manera que el resultado puede normalizarse arbitrariamente, como también puede hacerse con el resultado final de R . Nuevamente, éste es el mismo procedimiento que aquel para la solución de la ecuación de Schroedinger. En cuanto a las condiciones iniciales, P comienza en cero tal como se comenta más arriba, y su derivada puede seleccionarse arbitrariamente, por ejemplo:

$$P(0) = 0 \quad (46)$$

$$\frac{dP}{dr}(0) = 1. \quad (47)$$

Los resultados para R , R^2 y $R^2 r^2$ se representan gráficamente en la Fig. 3. Nuevamente las funciones deben de cortarse en el punto de radio de corte de alrededor de $2 \cdot 10^{-5}$ u.a.

3.3 Comparación con los resultados experimentales.

Los resultados experimentales de radios de partículas se incluyen en la Tabla 1. El clásico radio del electrón se calcula igualando la energía de la masa con la energía electrostática a en una esfera, y resulta sencillamente

$$r_e = \alpha^2 a_0 \quad (48)$$

donde α resulta la constante de estructura fina y a_0 el radio de Bohr. Sin embargo, este valor de radio resulta mayor que el radio del protón. Por lo tanto, un procedimiento de cálculo más realista pareciera ser el escalamiento del radio del protón con la relación de masas comparada con el electrón (segunda fila en la Tabla 1). Los límites experimentales son aún más pequeños, de manera que la opinión aceptada es que el electrón es una partícula puntual, lo cual no puede ser desde un punto de vista matemático, ya que no existen las singularidades en la naturaleza.

Las características de densidad de carga del protón y del neutrón son funciones que decrecen exponencialmente. Esto no resulta totalmente idéntico a las propiedades obtenidas para R^2 a partir de nuestros cálculos (Fig. 4), que se parecen más a una función gaussiana. Sin embargo, se han observado gaussianas para núcleos atómicos que contienen más de un protón y un neutrón.

Partícula	Densidad de carga	Radio característico [m]	radio [u.a.]
electrón (clásico)	función delta	$2.82 \cdot 10^{-15}$	$5.33 \cdot 10^{-3}$
electrón (derivado) ^a	función delta	$9.10 \cdot 10^{-17}$	$1.72 \cdot 10^{-6}$
protón (medido)	func. exponencial negat.	$1.11 \cdot 10^{-15}$	$2.10 \cdot 10^{-5}$
protón (rad. de carga)	func. exponencial negat.	$8.80 \cdot 10^{-16}$	$1.66 \cdot 10^{-5}$
neutrón (medido)	func. exponencial negat.	$1.70 \cdot 10^{-15}$	$3.21 \cdot 10^{-5}$
núcleos atómicos	func. gaussiana o de Fermi	$2-8 \cdot 10^{-15}$	$4-15 \cdot 10^{-5}$

^aRadio del electrón a partir de comparación de volumen con $(m_{\text{protón}}/m_{\text{electrón}})^{1/3}$

Tabla 1: Datos experimentales de partículas elementales [12].

Existe un diagrama en la literatura que muestra las densidades de carga para el protón y al neutrón [1] (replicadas en la Fig. 5). Las densidades de carga comienzan con un valor igual a cero, por lo que parecerían describir la carga efectiva en una esfera de radio r que debe de compararse con

$$\rho_e = R^2 \cdot r^2$$

(49)

en nuestro cálculo. Esta función (con signo negativo) se ha representado gráficamente en la Fig.4 en el rango de valores por debajo del radio de corte. Dado que nuestra función no está normalizada, difieren las escalas verticales. El protón posee un hombro en la densidad de carga que no se reproduce en nuestros cálculos. Se sabe que el neutrón no posee una carga neutra sobre el radio, sino que posee un núcleo positivo y una región externa negativa. La región negativa, denominada "caparazón" incluso pertenece al centro en la Fig. 5. La forma del caparazón se ajusta a nuestros cálculos en la Fig. 4. Algunas otras densidades de carga experimentales del protón fueron reducidas por Venkat et al. [12], ver la Fig. 4 en la referencia. Se ajustan bastante bien con nuestros resultados para $R^2 r^2$, en la Fig. 4 de este documento.

Tal como ya se ha mencionado, nuestro cálculo no contiene un parámetro de energía explícito, por lo tanto no obtenemos un espectro de masas de partículas elementales o partones. El diámetro de carga efectiva se define mediante el valor inicial de κ^2 . Para los resultados presentados se debió elegir $\kappa^2 = -5 \cdot 10^{10}$ u.a., que es un valor muy grande. La energía en reposo del protón es de 938 MeV ó $3.5 \cdot 10^7$ u.a., que es tres órdenes de magnitud menor. Obviamente, el potencial debe de ser mucho más profundo que la energía en reposo (negativa).

En conclusión, el enfoque de Beltrami de la teoría ECE conduce a una descripción cualitativamente correcta de la estructura interna de las partículas elementales, en particular del neutrón. La energía de unión no puede determinarse debido a que se cancela en los cálculos. Pareciera que la estructura de Beltrami no es válida en la región limítrofe de partículas elementales o partones, ya que la densidad de carga no se aproxima asintóticamente a cero. Esto puede remediarse mediante la definición de un radio de corte donde la función radial posee un cruce igual a cero. Este fue un primer enfoque para la computación del interior de las partículas elementales (la así llamada estructura del partón) por parte de la teoría ECE. Para desarrollos futuros deberán encontrarse enfoques más elaborados.

Agradecimientos.

Se agradece al Gobierno Británico por el otorgamiento de una Pensión Civil Vitalicia y al equipo técnico de AIAS y otros por muchas discusiones interesantes. Se agradece a Dave Burleigh por las publicaciones en red, a Alex Hill por las traducciones y a Robert Cheshire por las grabaciones.

Referencias Bibliográficas.

- [1] M. W. Evans, Ed. *Journal of Foundations of Physics and Chemistry*, (Cambridge International Science Publishing, CISP, www.cisp-publishing.com, 2011 en adelante).
- [2] M. W. Evans, "Definitive Refutations of the Einsteinian General Relativity", número especial seis de la ref. (1), (CISP, 2012).
- [3] M. W. Evans, S. J. Crothers, H. Eckardt y K. Pendergast, "Criticisms of the Einstein Field Equation" (CISP, 2011).
- [4] M. W. Evans, H. Eckardt y D. W. Lindstrom, "Generally Covariant Unified Field Theory" (Abramis, 2005 a 2011) en siete volúmenes.
- [5] L. Felker, "The Evans Equations of Unified Field Theory" (Abramis 2007, traducido al castellano por Alex Hill en el portal www.aias.us).
- [6] M. W. Evans y S. Kielich (Eds.), "Modern Nonlinear Optics" (Wiley, Nueva York, 1992, 1993, 1997 y 2001), en dos ediciones y seis volúmenes.
- [7] M. W. Evans y L. B. Crowell, "Classical and Quantum Electrodynamics and the B(3) Field" (World Scientific, 2001).
- [8] M. W. Evans y J.-P. Vigié, "The Enigmatic Photon", (Kluwer, Dordrecht, 1994 a 2002).
- [9] M. W. Evans y A. A. Hasanein, "The Photomagnetron in Quantum Field Theory" (World Scientific, 1994).
- [10] M. W. Evans, "The Photon's Magnetic Field" (World Scientific, 1992).
- [11] S. Venkat et al., "Realistic Transverse Images of the Proton Charge and Magnetic Densities", NT@UW-10-15, 2010;